

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1^{RA} Edición

Ing. Julio Cesar Pino Tarrago PhD.
Ing. Erik Gabriel Villavicencio Cedeño Ms.
Ing. Christian German Gallegos Campos Ms.
Docentes de la Universidad Estatal del Sur de Manabí

EDICIONES **MAWIL**

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL

1^{RA} Edición

Autores Investigadores

Ing. Julio Cesar Pino Tarrago PhD.

Doctor en Ciencias; Ingeniero Mecánico;
Docente de la Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
jpinoecuador@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-0377-4007>


Ing. Erik Gabriel Villavicencio Cedeño Ms.

Magíster en Estructuras; Ingeniero Civil;
Docente de la Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
erik.villavicencio@unesum.edu.ec

 <https://orcid.org/0000-0002-1887-5599>

Ing. Christian German Gallegos Campos Ms.

Magíster en Estructuras; Ingeniero Civil;
Docente de la Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
chrisgerhot@hotmail.com


 <https://orcid.org/0000-0002-2993-0338>




Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1^{RA} Edición

Revisores Académicos

Carlos Fabian Izurieta Cabrera

Magíster en Docencia Universitaria en Ciencias de la Ingeniería;
Ingeniero Matemático;
Docente de la Universidad Central del Ecuador;
 <https://orcid.org/0000-0002-7835-7072>

Gino Flor Chavez

Maestría en Ingeniería Vial; Especialista en Obras Portuarias;
Ingeniero Civil;
Docente de la Universidad de Guayaquil;
 <https://orcid.org/0000-0002-7838-8450>

Catálogo Bibliográfico

AUTORES: Ing. Julio Cesar Pino Tarrago PhD.
Ing. Erik Gabriel Villavicencio Cedeño Ms.
Ing. Christian German Gallegos Campos Ms.

Título: Fundamentos del diseño en acero estructural

Descriptores: Ingeniería de la construcción; Diseño estructural; Tipos de materiales; Acero.

Código UNESCO: 3305 Tecnología de la Construcción

Clasificación Decimal Dewey/Cutter: 693.7/P656

Área: Ingeniería

Edición: 1^{era}

ISBN: 978-9942-602-24-4

Editorial: Mawil Publicaciones de Ecuador, 2022

Ciudad, País: Quito, Ecuador

Formato: 148 x 210 mm.

Páginas: 104

DOI: <https://doi.org/10.26820/978-9942-602-24-4>



Texto para docentes y estudiantes universitarios

El proyecto didáctico **Fundamentos del diseño en acero estructural**, es una obra colectiva escrita por varios autores y publicada por MAWIL; publicación revisada por el equipo profesional y editorial siguiendo los lineamientos y estructuras esTablacidos por el departamento de publicaciones de MAWIL de New Jersey.

© Reservados todos los derechos. La reproducción parcial o total queda estrictamente prohibida, sin la autorización expresa de los autores, bajo sanciones esTablacidas en las leyes, por cualquier medio o procedimiento.

Director Académico: PhD. Jose María Lalama Aguirre

Dirección Central MAWIL: Office 18 Center Avenue Caldwell; New Jersey # 07006

Gerencia Editorial MAWIL-Ecuador: Mg. Vanessa Pamela Quishpe Morocho

Editor de Arte y Diseño: Lic. Eduardo Flores, Arq. Alfredo Díaz

Corrector de estilo: Lic. Marcelo Acuña Cifuentes

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL

1^{RA} Edición

ÍNDICE



PRÓLOGO..... 14

CAPÍTULO I

Miembros a flexión 15

1.1. Definiciones básicas 16

1.2. Esfuerzo de flexión y momento plástico 17

1.3. Estabilidad 26

1.4. Clasificación de perfiles 28

1.5. Resistencia por flexión de perfiles compactos..... 29

1.6. Resistencia por flexión de perfiles no compactos..... 37

1.7. Conclusiones 38

CAPÍTULO II

Elementos sometidos a flexión..... 40

2.1. Introducción 41

2.2. Ayudas de diseño 41

2.2.1. Tabla de selección para diseño por factor de carga del Manual del AISC-LRFD) 41

2.2.2. Tabla de selección de momentos de inercia del Manual del AISC-LRFD) 42

2.2.3. Cartas de diseño para vigas del Manual del AISC-LRFD).... 42

1.3. Chequeo del 1.er estado límite.
Condición de resistencia por cortante 44

2.3.1. Pandeo por cortante del alma 47

2.3.2. Bloque de cortante 49

2.4. Chequeo del 2.do estado límite.
Condición de deformación..... 51

CAPÍTULO III

Elementos a flexión compresión parte 1 61

3.1. Introducción 62

3.2. Fórmulas de interacción..... 64

3.3. Amplificación del momento..... 67



3.4. Pandeo local del alma en vigas-columnas 72
3.5. Conclusiones..... 73

CAPÍTULO IV

Elementos a flexión compresión parte 2 75
4.1. Introducción 76
4.2. Pórticos arriostrados versus pórticos no arriostrados 77
4.3. Miembros en pórticos arriostrados 80
4.3.1. Determinación de C_m 82
4.4. Conclusiones..... 87

CAPÍTULO V

Elementos a flexión compresión parte 3 88
5.1. Introducción 89
5.2. Miembros en pórticos no arriostrados 90
5.3. Conclusiones..... 94

BIBLIOGRAFÍA..... 102

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL

1^{RA} Edición

ÍNDICE

TABLAS





Tabla 1. Cálculo del momento de inercia.....	23
Tabla 2. Tabulado de cálculos	24
Tabla 3. Límites para todos los perfiles I o H.....	29
Tabla 4. Propiedades torsionales del perfil W	32
Tabla 5. Propiedades geométricas de la sección W	33
Tabla 6. Tipos de perfiles.....	33

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1^{RA} Edición

ÍNDICE
ÍNDICE

ILUSTRACIONES





Ilustración 1. Perfiles rodados en caliente y perfil compuesto..... 17

Ilustración 2. Viga simplemente apoyada con carga concentrada en el centro..... 20

Ilustración 3. Colapso plástico. 21

Ilustración 4. Resultantes de los esfuerzos de compresión. 21

Ilustración 5. Perfil compuesto. 23

Ilustración 6. Brazo de momento del par interno resistente..... 24

Ilustración 7. Distancia de la cara exterior del patín al centroide. . 25

Ilustración 8. Estabilidad de un perfil. 27

Ilustración 9. Diagrama momento deflexión. 28

Ilustración 10. Puntos de soporte lateral con una “x”..... 30

Ilustración 11. Relación entre la resistencia nominal M_n y la longitud..... 31

Ilustración 12. Viga simplemente apoyada con soporte en los extremos y carga uniformemente distribuida..... 35

Ilustración 13. Cargas repartidas. 35

Ilustración 14. Cargas puntuales..... 36

Ilustración 15. Momento..... 36

Ilustración 16. Carga puntual en el centro de la luz..... 36

Ilustración 17. Momento de diseño $\phi_b M_n$ 43

Ilustración 18. Momento de diseño..... 44

Ilustración 19. Viga simplemente apoyada..... 46

Ilustración 20. Distribución del esfuerzo cortante para un perfil W. 47

Ilustración 21. Pandeo por cortante del alma..... 48

Ilustración 22. Viga despatinada..... 50

Ilustración 23. Bloque de cortante..... 50

Ilustración 24. Deformación de una viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida. 53

Ilustración 25. Viga con soporte lateral..... 54

Ilustración 26. Viga con soporte lateral en el extremo. 55

Ilustración 27. Reacciones de la viga..... 56

Ilustración 28. Viga en voladizo..... 57

Ilustración 29. Viga de un sistema de techo. 59

Ilustración 30. Marco rígido con diagonales.	63
Ilustración 31. Viga-columna.....	65
Ilustración 32. Viga-columna con una carga axial y una carga transversal uniforme	67
Ilustración 33. Miembro simplemente apoyado con una carga axial y cierto deslizamiento inicial.	69
Ilustración 34. a) Amplificación resultante por la deflexión del miembro.....	78
Ilustración 35. b) Desplazamiento lateral del miembro.	78
Ilustración 36. Miembro arriostrado contra un desplazamiento lateral sometido a los momentos de extremo iguales.....	80
Ilustración 37. Momentos en los extremos aplicados producen una flexión de curvatura doble.	82
Ilustración 38. Miembros que poseen cargas transversales.....	83
Ilustración 39. Miembros que no poseen cargas transversales....	83
Ilustración 40. Momentos de extremo menor y mayor.	84
Ilustración 41. Parte de un marco arriostrado.....	85
Ilustración 42. Momentos iguales de extremo son causados por el desplazamiento lateral.	91
Ilustración 43. Pórtico no arriostrado sometidos a cargas gravitatorias.....	93
Ilustración 44. Marco no arriostrado soporta solo una carga vertical	94
Ilustración 45. Carga axial y los momentos de extremo obtenidos de un análisis de primer orden de las cargas de gravedad.	96
Ilustración 46. Momentos por viento obtenidos de un análisis de primer orden.	97
Ilustración 47. Cargas críticas y los momentos flectores calculados para dos combinaciones.	97
Ilustración 48. Combinación de carga.	98
Ilustración 49. Diagrama de momento flexionante para los momentos por carga de gravedad.	100

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL

1^{RA} Edición

PRÓLOGO



Por medio de los estudios y análisis que presentamos a continuación pretendemos dar un enfoque general de las particularidades y propiedades de elementos estructurales presentes, principalmente en estructuras metálicas. En algunos de los casos se llega a profundizar más sobre el tema tratado, se analizan aspectos importantes como las generalidades de elementos sometidos a flexión, así como particularidades de columnas presentes en pórticos; estos temas se ven relacionados directamente con el diseño de estructuras de acero.

Se tratará de explicar profundamente la parte teórica conceptual de su contenido, debido a que en la práctica es muy importante. Con este tipo de metodología se buscará contribuir favorablemente a la capacidad cognitiva y, por ende, brindar las adecuadas pautas para realizar un trabajo relacionado con estas temáticas.

Principalmente, utilizaremos y analizaremos el Código AISC (American Institute of Steel Construction) de 1993, el cual se basa en el diseño de acero por factores de carga y resistencia (LRFD). Para el correcto desarrollo de las temáticas usamos algunos textos básicos como consulta que tienen un alto valor académico, y como ayuda de diseño –muy importante–, se empleó el Manual de la construcción de acero del AISC. Queremos destacar que para el diseño de elementos de acero hay cuatro herramientas básicas: expresiones de diseño y revisión (método analítico “a mano”), tablas de diseño, cartas de diseño y software especializado. En la aplicación de cualquiera de ellos estamos en la obligación de conocer, con bastante grado de detalle, las bases de cálculo e hipótesis en que se fundamentan. Este curso tiene ese objetivo.

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1ª Edición

CAPÍTULO I

MIEMBROS A FLEXIÓN



1.1 Definiciones básicas

Las vigas son miembros estructurales que soportan cargas transversales y quedan, por lo tanto, sometidas principalmente a flexión. Si está presente también una cantidad considerable de carga axial, al miembro se le llama viga-columna. Aunque algo de carga axial está presente en cualquier miembro estructural, en muchas situaciones prácticas este efecto es despreciable y el miembro puede tratarse como una viga. Las vigas están usualmente orientadas horizontalmente y sometidas a cargas verticales, pero éste no es necesariamente siempre el caso. Se considera que un miembro estructural es una viga si está cargado de manera que se genera flexión en él.

Los perfiles más comúnmente utilizados son los W, S y M. Los perfiles en canal son, a veces usados, como las vigas compuestas por placas en forma de I, H o en caja. Por razones que veremos posteriormente, los perfiles doblemente simétricos, como los perfiles estándar rolados W, M y S son los más eficientes.

Los perfiles compuestos por placas son considerados como travesaños armados, pero las especificaciones AISC distinguen las vigas de las travesaños armados con base en la razón del ancho al espesor del alma. La figura 1 muestra un perfil rolado en caliente y un perfil compuesto, junto con las dimensiones usadas para fijar la razón ancho a espesor.

El miembro debe comportarse como una viga, independientemente de que sea un perfil rolado o compuesto. Esta categoría se considera en el capítulo F de las Especificaciones, “Vigas y otros miembros en flexión”, y es el tema del presente capítulo en este texto.

El miembro es considerado como travesaño armado y se trata en el capítulo G de las Especificaciones “Travesaños armados”. Debido a la esbeltez del alma, las travesaños armados requieren consideraciones especiales con respecto a su utilización como vigas.

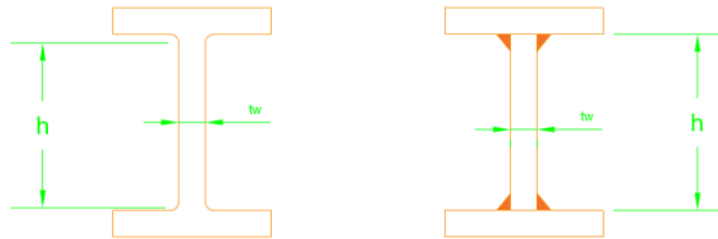


Ilustración 1. Perfiles rodados en caliente y perfil compuesto.

Todos los perfiles estándar laminados en caliente que se encuentran en el libro pertenecen a la primera categoría (vigas). La mayoría de los perfiles compuestos se clasifican como travesaños armados. Para las vigas, la relación básica entre los efectos de las cargas y la resistencia está dada en la ecuación 1:

$$M_u \leq \phi_b M_{bn} \quad \text{Ec. 1}$$

Donde:

M_u = Combinación gobernante de momentos por cargas factorizadas.

ϕ_b = Factor de resistencia para vigas = 0.90.

M_n = Resistencia nominal por momento.

La resistencia de diseño $\phi_b M_n$, se llama, a veces, el momento de diseño

1.2 Esfuerzo de flexión y momento plástico

Para poder determinar la resistencia nominal por momento M_n , debemos primero examinar el comportamiento de las vigas en todo el intervalo de carga, desde pequeñas cargas hasta el punto de colapso. Considere la viga mostrada en la ilustración 2a, que está orientada de manera que la flexión es respecto al eje principal mayor (para un perfil I y H, será éste el eje x-x). Para un material elástico lineal y deformaciones pequeñas, la distribución del esfuerzo de flexión será como se muestra en la ilustración 2b, con el esfuerzo supuesto uniforme a través del ancho de la viga. De la mecánica de materiales elemental, el esfuerzo en cualquier punto puede encontrarse con la fórmula de la

flexión en la ecuación 2:

$$fb = \frac{M \cdot y}{Ix} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde:

M = Momento flexionante en la sección transversal.

y = Distancia perpendicular del plano neutro al punto de interés.

I_x = Momento de inercia del área de la sección transversal con respecto al eje neutro.

Para un material homogéneo, el eje neutro coincide con el eje centroidal. La ecuación 1 se basa en la hipótesis de que se tiene una distribución lineal de deformaciones unitarias de la parte superior a la inferior, que a su vez se basa en la hipótesis de que las secciones transversales planas antes de la flexión permanecen planas después de que ha ocurrido ésta. En adición, la sección transversal de la viga debe tener un eje vertical de simetría y las cargas deben estar contenidas en el plano longitudinal en el que se encuentra este eje. El esfuerzo máximo ocurre en la fibra extrema, donde *y* es máxima.

Hay entonces dos máximos: un esfuerzo máximo de compresión en la fibra superior y un esfuerzo máximo de tensión en la fibra inferior. Si el eje neutro es un eje de simetría, esos dos esfuerzos serán iguales en magnitud. Para el esfuerzo máximo, la ecuación 2 toma la forma de la ecuación 3:

$$f_{máx} = \frac{M \cdot c}{I_x} = \frac{M}{I_x / c} = \frac{M}{S_x} \quad \text{Ec. 3}$$

Donde:

C = Distancia perpendicular del eje neutro a la fibra extrema.

S_x = Módulo de sección elástico de la sección transversal.

Para cualquier sección transversal el módulo de sección es una constante. Para una sección transversal asimétrica, S_x tendrá dos valores:

uno para la fibra extrema superior y otro para la fibra extrema inferior. Los valores de S_x para perfiles estándar rolados están tabulados en las tablas de dimensiones y propiedades en el Manual AISC-LRFD.

Las ecuaciones 1 y 2 son válidas cuando las cargas son suficientemente pequeñas para que el material permanezca dentro de su rango elástico lineal. Para el acero estructural, esto significará que el esfuerzo $F_{máx}$ no debe exceder F_y y que el momento flexionante no debe exceder, por eso se utiliza la ecuación 4.

$$M_y = F_y \cdot S_x \quad \text{Ec. 4}$$

Donde:

M_y = Momento flexionante que llega a la viga al punto de fluencia.

En la ilustración 2, una viga simplemente apoyada con una carga concentrada en el centro, claramente se muestra en etapas sucesivas de carga. Una vez que la fluencia comienza, la distribución del esfuerzo sobre la sección transversal dejará de ser lineal, la fluencia avanzará de la fibra extrema hacia el eje neutro. Al mismo tiempo, la región en fluencia se extenderá longitudinalmente desde el centro de la viga conforme el momento flexionante M_y se alcanza en más localidades. Esas regiones en fluencia están indicadas por las áreas sombreadas en las figuras 2c y 2d.

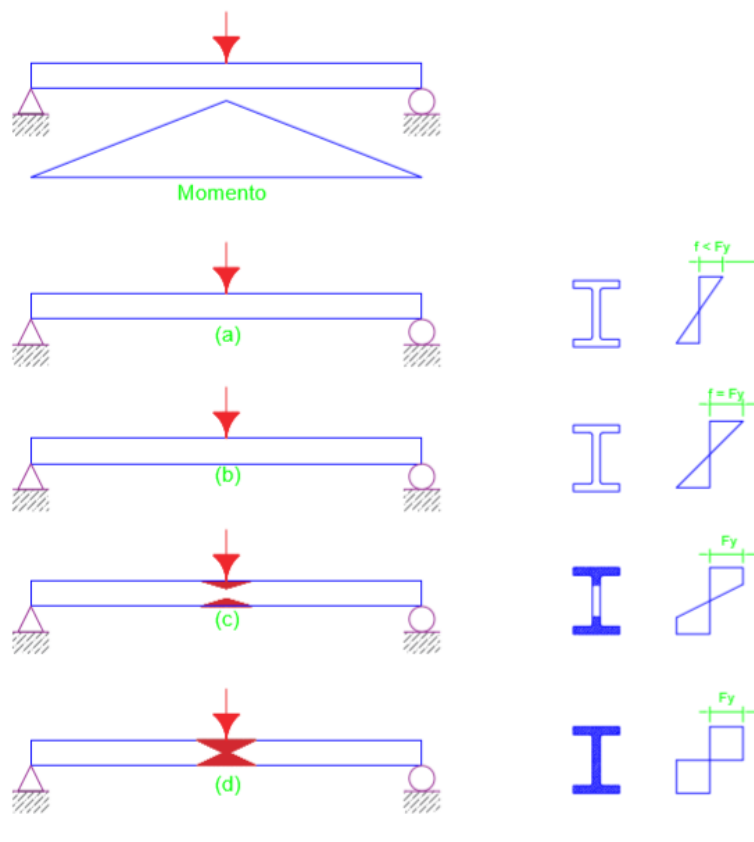


Ilustración 2. Viga simplemente apoyada con carga concentrada en el centro.

En la ilustración 2b, la fluencia ha empezado apenas. En la ilustración 2c, la fluencia ha llegado al alma y en la ilustración 2d, toda la sección transversal ha fluido. El momento adicional requerido para llevar la viga de la etapa b a la etapa d es, en promedio, aproximadamente 12% del momento de fluencia M_y para perfiles W. Cuando se ha alcanzado la etapa d, cualquier incremento adicional en la carga causará el colapso, ya que todos los elementos de la sección transversal, han alcanzado la meseta de fluencia de la curva esfuerzo-deformación unitaria y se tendrá un flujo plástico no restringido. Se dice que se ha formado una articulación plástica en el centro de la viga y esta articulación junto con las articulaciones reales en los extremos de la viga constituyen un mecanismo inestable.

Durante el colapso plástico, el movimiento del mecanismo será como se muestra en la ilustración 3. El análisis estructural basado en una consideración de mecanismos de colapso se llama análisis plástico.

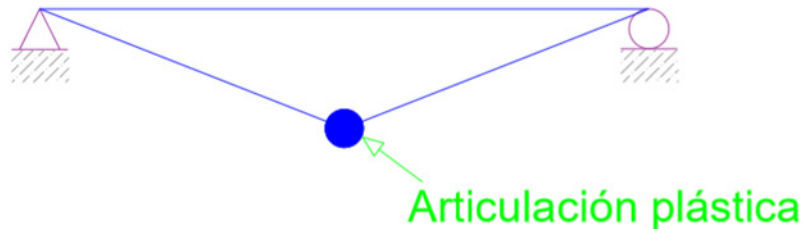


Ilustración 3. Colapso plástico.

La capacidad por momento plástico, que es el momento requerido para formar la articulación plástica, puede calcularse fácilmente a partir de un estudio de la distribución de esfuerzo correspondiente. En la ilustración 4 se muestran las resultantes de los esfuerzos de compresión y de tensión.

Donde:

Ac = Área de la sección transversal sometida a compresión; y

At = Área en tensión. Esas son las áreas arriba y abajo del eje neutro plástico, que no es necesariamente el mismo que el eje neutro elástico, del equilibrio de fuerzas.

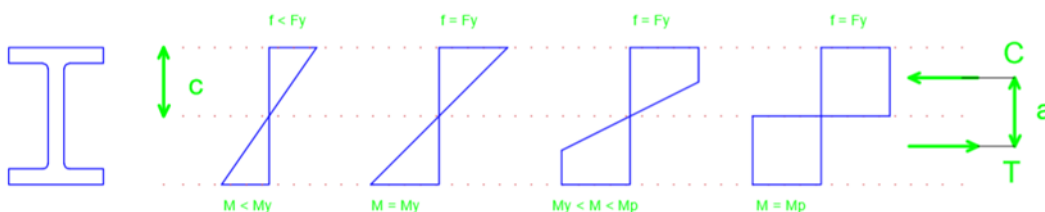


Ilustración 4. Resultantes de los esfuerzos de compresión.

$$\begin{aligned} C &= T \\ A_c F_y &= A_t F_y \\ A_c &= A_t \end{aligned}$$

El eje neutro plástico divide entonces a la sección transversal en dos áreas iguales. Para perfiles que son simétricos respecto al eje de flexión, los ejes neutros elástico y plástico son el mismo. El momento plástico M_p es el par resistente formado por las dos fuerzas iguales y opuestas, lo que se describe en la ecuación 5:

$$M_p = F_y (A_c) a = F_y (A_t) a = F_y \left(\frac{A}{2} \right) a = F_y Z \quad \text{Ec. 5}$$

Donde:

A= Área de toda la sección transversal.

a = Distancia entre los centroides de las dos medias áreas.

$Z = \left(\frac{A}{2} \right) a$ = Módulo de sección plástico.

Ejemplo:

Para el perfil compuesto mostrado en la figura 5, determine (a) el módulo de sección elástico S y el momento de fluencia M_y , (b) el módulo de sección plástico Z y el momento plástico M_p . La flexión es respecto al eje x y el acero es A572 grado 50.

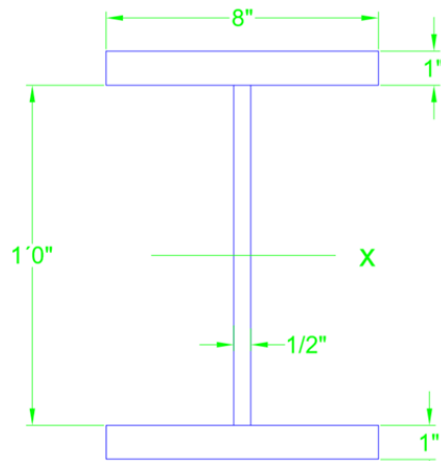


Ilustración 5. Perfil compuesto.

Solución:

a) Debido a la simetría, el eje neutro elástico (eje x) está localizado a la mitad de la altura de la sección transversal (posición del centroide). El momento de inercia de la sección transversal puede encontrarse usando el teorema de los ejes paralelos; los resultados de los cálculos están resumidos en la tabla 1.

Tabla 1. Cálculo del momento de inercia.

Momento de Inercia				
Componente	I	A	d	I + Ad ²
Patín	0,6667	8	6,5	338,7
Patín	0,6667	8	6,5	338,7
Alma	72	-	-	72,0
				749,4

El módulo de sección elástico:

$$S = \frac{I}{c} = \frac{749,4}{1+(12/2)} = \frac{749,4}{7} = 107 \text{ in.}^3 \quad \text{Ec. 6}$$

Momento de fluencia:

$$M_y = F_y S = 50(107) = 5.350 \text{ in - kips} = 446 \text{ ft - kips} \quad \text{Ec.7}$$



Respuesta:

$$S = 107 \text{ in}^3 \text{ y } M_y = 446 \text{ ft} - \text{kips} \quad \text{Ec. 8}$$

b) Como este perfil es simétrico respecto al eje x, éste eje divide a la sección transversal en áreas iguales y es, por lo tanto, el eje neutro plástico. El centroide de la mitad superior del área puede encontrarse por el principio de momentos. Tomando momentos respecto al eje neutro de toda la sección transversal (Ilustración 5) y tabulando los cálculos en la tabla 2, obtenemos:

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{61}{11} = 5,545 \text{ in} \quad \text{Ec. 9}$$

Tabla 2. Tabulado de cálculos.

Componente	A	y	Ay
Patín	8	6,5	52
Alma	3	3	9
suma	11		61

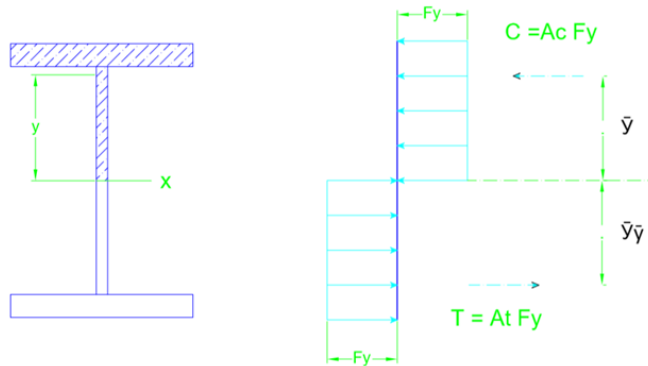


Ilustración 6. Brazo de momento del par interno resistente.

La ilustración 6 muestra que el brazo de momento del par interno resistente es:

$$a = 2\bar{y} = 2(5,545) = 11,09 \text{ in} \quad \text{Ec. 10}$$

Módulo de sección plástico es:

$$\left(\frac{A}{2}\right)a = 11(11,09) = 122 \text{ in.}^3 \quad \text{Ec. 11}$$

El momento plástico es:

$$M_p = F_y Z = 50(122) = 6.100 \text{ in} - \text{kips} = 508 \text{ ft} - \text{kips} \quad \text{Ec. 12}$$

Respuesta:

$$Z = 122 \text{ in}^3 \text{ y } M_p = 508 \text{ ft} - \text{kips} \quad \text{Ec. 13}$$

Ejemplo:

Calcule el momento plástico M_p para un perfil W10x60 de acero A36.

Solución: De las tablas de dimensiones y propiedades en la parte 1 del Manual AISC-LRFD.

$$A = 17,6 \text{ in.}^2 \quad \frac{A}{2} = \frac{17,6}{2} = 8,8 \text{ in.}^2 \quad \text{Ec. 14}$$

El centroide de la media área puede encontrarse en las tablas para perfiles WT, que son recortados de los perfiles W. El perfil en este caso es el WT5 x 30 y la distancia de la cara exterior del patín al centroide es de 0,884 in, como se muestra en la ilustración 7.

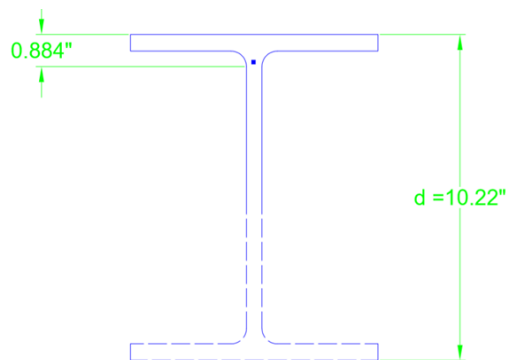


Ilustración 7. Distancia de la cara exterior del patín al centroide.

$$a = d - 2(0,884) = 10,22 - 2(0,884) = 8,452 \text{ in}$$

Ec. 15

$$Z = \left(\frac{A}{2}\right)a = 8,8(8,452) = 74,38 \text{ in}^3$$

Ec. 16

Este resultado se compara favorablemente con el valor de 74,6 dado en las tablas de dimensiones y propiedades (la diferencia resulta del redondeo de los valores tabulados).

Respuesta:

$$M_p = F_y Z = 36(74,38) = 2.678 \text{ in} - \text{kips} = 223 \text{ ft} - \text{kips}$$

Ec. 17

Conclusión parcial

- Los valores de **S_x**, **S_y**, **Z_x** y **Z_y** para cada tipo de perfil aparecen en las tablas de características geométricas del **Manual de la construcción de acero**.

- La relación $\frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S}$ se llama relación de forma, en el caso de los perfiles W vale aproximadamente de 1,09 a 1,12, es decir, una reserva de resistencia de 9 a 12%.

1.3 Estabilidad

Si puede esperarse que una viga permanezca estable hasta la condición plástica total, la resistencia nominal por momento puede tomarse como la capacidad por momento plástico; es decir:

$$M_n = M_p$$

Igual que en un miembro en compresión, la inestabilidad puede ser en sentido total (o de conjunto) o bien local: el pandeo de conjunto se ilustra en la ilustración 8a. Cuando una viga se flexiona, la región en compresión (arriba del eje neutro) es análoga a una columna y de manera similar a ésta, se pandeará si el miembro es suficientemente esbelto. Sin embargo, a diferencia de una columna, la porción en compresión de la sección transversal está restringida por la porción en tensión y la

deflexión hacia afuera (pandeo flexionante) es acompañada por torsión. Esta forma de inestabilidad se llama pandeo lateral torsionante (PLT). El pandeo lateral torsionante puede ser impedido por arrojamiento lateral de la zona en compresión, preferiblemente del patín en compresión a intervalos suficientemente cortos. Este arrojamiento se muestra esquemáticamente en la ilustración 8a. Como veremos, la resistencia por momento depende, en parte, de la longitud no soportada, que es la distancia entre puntos de soporte lateral.

La viga pueda soportar un momento suficientemente grande para alcanzar la condición plástica total, depende también de que la integridad de la sección transversal se mantenga. Esta integridad se perderá si uno de los elementos en compresión de la sección transversal se pandea. Este tipo de pandeo puede ser un pandeo del patín de compresión, llamado pandeo local del patín (PLP), o un pandeo de la parte comprimida del alma, llamado pandeo local del alma (PLA).

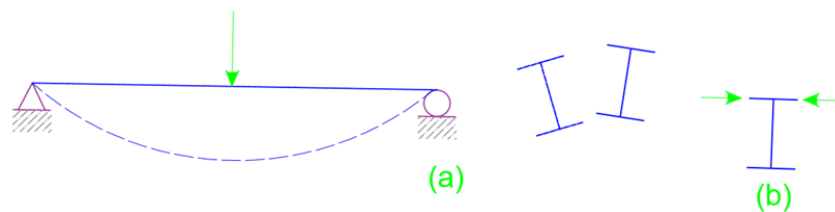


Ilustración 8. Estabilidad de un perfil.

En la ilustración 9, las secciones compactas arrojadas lateralmente y continuamente pueden llegar al M_p como es el caso de la curva 1 con una capacidad de rotación que alcanza la redistribución de momento para un comportamiento plástico. Si se disminuye el arrojamiento lateral, la sección puede llegar al M_p , pero hay insuficiente capacidad de rotación que impide el análisis plástico, este es el caso de la curva 2. Diversos modos de pandeo pueden ocurrir entre M_p y M_r , este último define el fin del estado elástico de la sección. Pero M_r no es $S_x F_y = M_y$ debido a la presencia de esfuerzos residuales F_r si no $M_r = S_x (F_y - F_r)$, en estos casos el comportamiento es llamado no compacto y el



pandeo es inelástico, en este caso de la curva 3. La curva 4 representa el pandeo en el rango elástico que ocurre en secciones esbeltas.

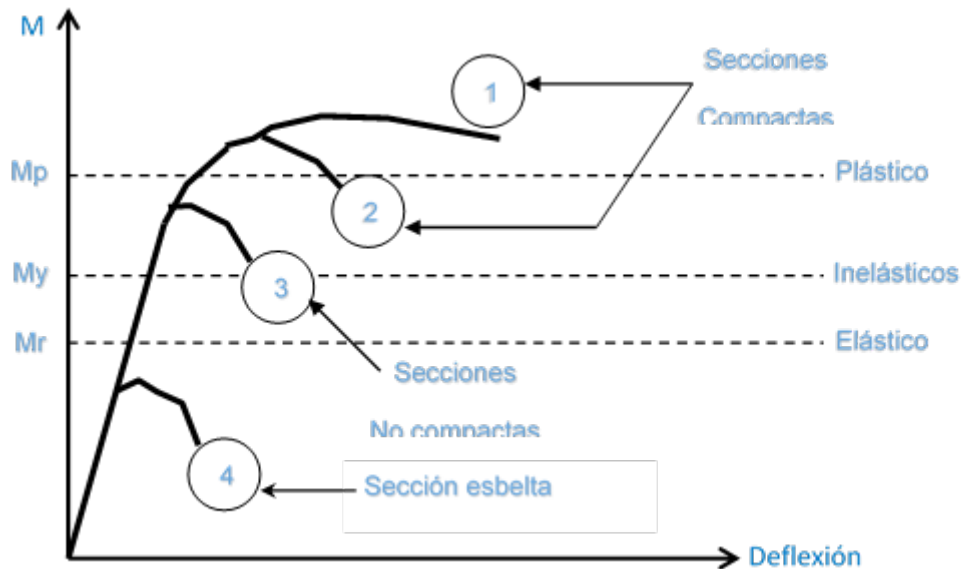


Ilustración 9. Diagrama momento deflexión.

1.4 Clasificación de perfiles

El AISC clasifica las secciones transversales de los perfiles como: **compactas, no compactas** o **esbeltas**. Esta clasificación se hace basándose en los valores de esbeltez (λ) del alma (h/t_w) y del ala ($b_f/2t_f$) y comparando con los valores límites:

λ_p = Límite superior para la categoría de compacta.

λ_r = Límite superior para la categoría de no compacta.

Entonces:

- Si $\lambda \leq \lambda_p$ y el ala está conectada en forma continua al alma, **la sección es compacta**.
- Si $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ **la sección es no compacta**.
- Si $\lambda > \lambda_r$ **la sección es esbelta (trabes)**.

La clasificación se basa en la esbeltez de la sección transversal. Si una sección tiene el alma compacta y el ala no compacta, la clasificación final es no compacta. Los límites para todos los perfiles I o H son:

Tabla 3. Límites para todos los perfiles I o H.

Elemento	λ	λ_p	λ_r
Patín	$\frac{b_f}{2t_f}$	$\frac{65}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{141}{\sqrt{F_y-10}}$
Alma	$\frac{h}{t_w}$	$\frac{640}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{970}{\sqrt{F_y}}$

1.5 Resistencia por flexión de perfiles compactos

Una viga con un buen arriostramiento falla cuando alcanza el M_p y la falla es plástica, pero si el arriostramiento no es suficiente puede fallar por:

1. Pandeo lateral torsional (PLT), elástico o inelástico.
2. Pandeo local del ala o patín (PLP), elástico o inelástico.
3. Pandeo local del alma (PLA), elástico o inelástico.

Analicemos primero los perfiles compactos, que son aquellos que sus almas están conectadas de forma continua a las alas y que satisfacen las condiciones:

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}} \text{ y } \frac{h}{t_w} \leq \frac{640}{\sqrt{F_y}} \quad \text{Ec.18}$$

El criterio para el alma se cumple en todos los perfiles del Manual AISC-LRFD, por lo tanto, solo se debe revisar el criterio del ala. La mayoría de los perfiles cumplen también el criterio del ala.

La resistencia por momento de perfiles compactos es una función de la longitud no soportada L_b , definida como la distancia entre puntos de soporte lateral, o arriostramientos. En este libro indicamos los puntos de soporte lateral con una “X”, como se muestra en la ilustración 10. La relación entre la resistencia nominal M_n y la longitud no soportada se muestra en la ilustración 11:

Categoría I: Si L_b es mayor que L_r , la resistencia se basa en el PLT elástico.

$$Si L_b > L_r \text{ PLT elástico} \quad \text{Ec. 19}$$

Categoría II: Si L_b es mayor que L_p , pero menor que o igual al parámetro L_r , la resistencia se basa en el PLT inelástico.

$$Si L_p < L_b < L_r \text{ PLT inelástico} \quad \text{Ec. 20}$$

Categoría III: Si la longitud no soportada (L_b) no es mayor que L_p , que se definirá luego, se considera que la viga tiene soporte lateral total y entonces $M_n = M_p$.

$$Si L_b < L_p \text{ } M_n = M_p \quad \text{Ec. 21}$$

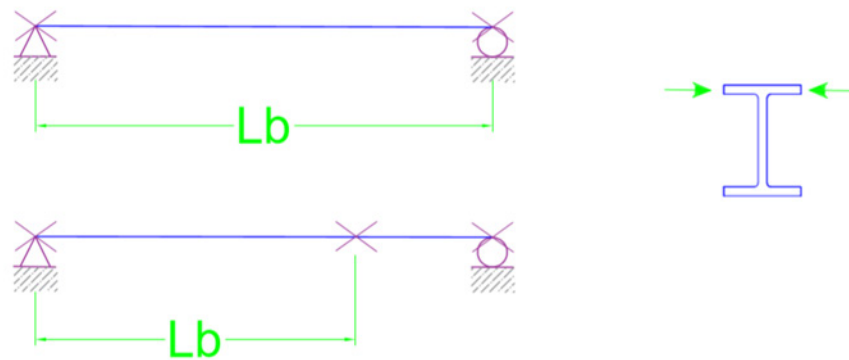


Ilustración 10. Puntos de soporte lateral con una “x”.

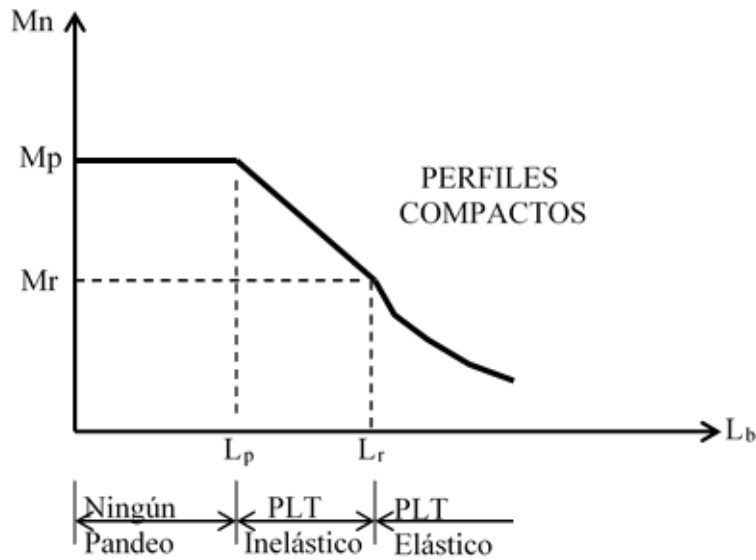


Ilustración 11. Relación entre la resistencia nominal M_n y la longitud.

Categoría I: Si L_b es mayor que L_r , la resistencia se basa en el **PLT elástico**

Si $L_b > L_r$ hay **PLT** elástico.

$$M_n = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \quad \text{Ec. 22}$$

Expresión desarrollada por Timoshenko y Gere en el libro Theory of elastic stability, pero con algunos cambios de notación.

Donde:


L_b = Longitud no soportada en pulgadas.

G = Módulo de deformación a cortante = 11 200 klb/plg² para el acero.

J = Constante de torsión en plg⁴.

C_w = Constante de alabeo en plg⁶.

Tabla 4. Propiedades torsionales del perfil W.

 TORSION PROPERTIES W shapes							
Designation	Torsional Constant J	Warping Constant C_w	$\sqrt{\frac{EC_w}{GJ}}$	Normalized Warping Constant W_{no}	Warping Statical Moment S_w	Statical Moment	
	in. ⁴	in. ⁶	in.	in. ²	in. ⁴	Q_f in. ³	Q_w in. ³
W44x335	74.4	536000	137	168	1190	282	811
x290	51.5	463000	153	166	1040	251	709
x262	37.7	406000	167	165	922	225	636
x230	24.9	346000	190	164	789	194	551

L_r : Valor de la longitud en pulgadas que define la frontera entre PLT elástico e inelástico, y se obtiene por la ecuación 23, representada en pulgadas.

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_y - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}} \quad \text{Ec. 23}$$

Donde:

X_1 y X_2 constantes tabuladas en las tablas de características geométricas del Manual del AISC y se determinan:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \quad \text{Ec. 24}$$

$$X_2 = \frac{4C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad \text{Ec. 25}$$

Tabla 5. Propiedades geométricas de la sección W.

Nom- inal Wt. per ft		Compact Section Criteria					Elastic Properties						Plastic Modulus	
							Axis X-X			Axis Y-Y			Z_x	Z_y
							I	S	r	I	S	r		
lb	$\frac{b_f}{2t_f}$	$\frac{h}{t_w}$	F_y'' ksi	X_1 ksi	$X_2 \times 10^6$ (1/ksi) ²	I in. ⁴	S in. ³	r in.	I in. ⁴	S in. ³	r in.	Z_x in. ³	Z_y in. ³	
335	4.5	38.1	44	2430	5110	31100	1410	17.8	1200	150	3.49	1620	236	
290	5.0	44.7	32	2140	8220	27100	1240	17.8	1050	133	3.50	1420	206	
262	5.5	49.2	26	1930	12300	24200	1120	17.7	927	118	3.46	1270	183	
230	6.5	54.8	21	1690	21200	20800	969	17.5	796	101	3.43	1100	157	

F_r : El esfuerzo residual, cuyo valor es:

Tabla 6. Tipos de perfiles.

Tipo de perfiles	F_r (klb/plg ²)
Perfiles perfilados en caliente (perfiles rolados)	10
Perfiles compuestos soldados	16.5

Categoría II: Si L_b es mayor que L_p , pero menor que o igual al parámetro L_r , la resistencia se basa en el **PLT inelástico**.

Si $L_p < L_b < L_r$ hay **PLT inelástico**.

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \quad \text{Ec. 26}$$



Donde:

M_p : El momento de la primera fluencia es: $M_p = S_x (F_y - F_r)$.

L_p : Longitud que define la frontera entre el PLT inelástico y elemento arriostrado (viga con soporte lateral continuo), representado en pulgadas.

$$L_p = \frac{300 \cdot r_y}{\sqrt{F_y}} \quad \text{Ec. 27}$$

Categoría III: Si la longitud no soportada (L_b) no es mayor que L_p , que se definirá luego, se considera que la viga tiene soporte lateral total y entonces $M_n = M_p$. Las vigas compactas soportadas lateralmente, es bastante común y es el caso más simple. La sección F1.1 del AISC da la resistencia nominal como

$$M_n = M_p \quad | \quad \text{(Ecuación F1-1 del AISC)}$$

Donde:

$$M_p = F_y \cdot Z \leq 1,5 \cdot M_y \quad \text{Ec. 28}$$

El límite de $1,5 \cdot M_y$ para M_p es para prevenir deformaciones excesivas por carga de trabajo y se satisface cuando:

$$F_y \cdot Z \leq 1,5 \cdot F_y \cdot S \quad \text{o} \quad \frac{Z}{S} \leq 1,5 \quad \text{Ec. 29}$$

Para perfiles **I** y **H** flexionados respecto al eje fuerte, Z/S será siempre $\leq 1,5$, por tanto, siempre se cumple para estos perfiles que: . (Sin embargo, para perfiles **I** y **H** flexionados respecto al eje menor, Z/S nunca será $\leq 1,5$).

Todas las expresiones anteriores fueron obtenidas para un gráfico de momento constante, por esa razón la resistencia nominal se puede aumentar por el coeficiente C_b si hay un **gradiente de momento (eso significa la “ayuda” que secciones cercanas, con menos momento actuante, le pueden dar a la sección más crítica)**. Este factor se obtiene por:

$$C_b = \frac{12,5 M_{máx}}{2,5 M_{máx} + 3 M_A + 4 M_A + 3 M_C} \quad \text{Ec. 30}$$

Donde:

$M_{\text{máx}}$ = Valor absoluto del momento máximo dentro de la longitud no soportada.

M_A = Valor absoluto del momento en el punto cuarto de la longitud no soportada.

M_B = Valor absoluto del momento en el centro de la longitud no soportada.

M_C = Valor absoluto del momento en el punto tres cuartos de la longitud no soportada.

Ejemplo:

Para una viga simplemente apoyada con soporte en los extremos y carga uniformemente distribuida:

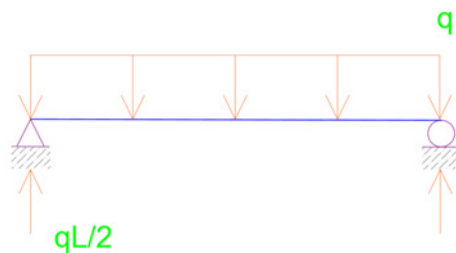


Ilustración 12. Viga simplemente apoyada con soporte en los extremos y carga uniformemente distribuida.

$$M_{\text{máx}} = (1/8)q l^2$$

$$M_A = M_C = (1/2) qL (L/4) - q(L/4)(L/8) = (3/32) qL^2$$

$$M_B = M_{\text{máx}} = (1/8)q l^2$$

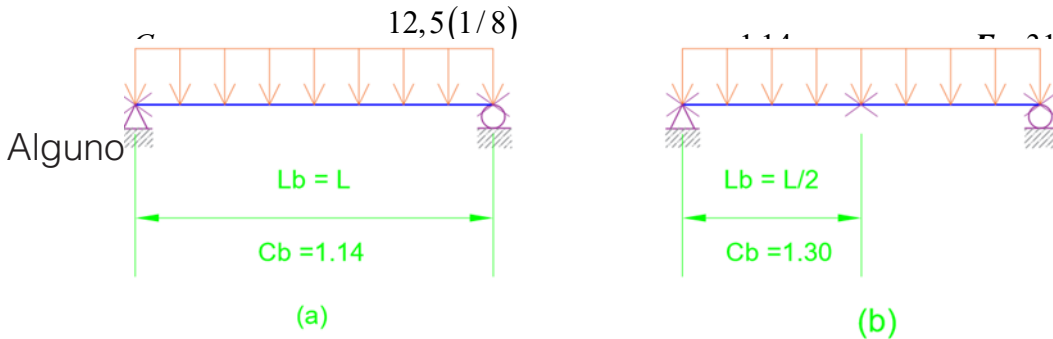


Ilustración 13. Cargas repartidas.

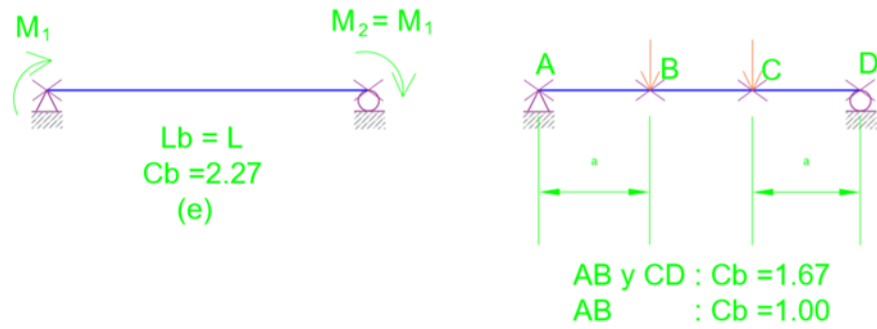


Ilustración 14. Cargas puntuales.

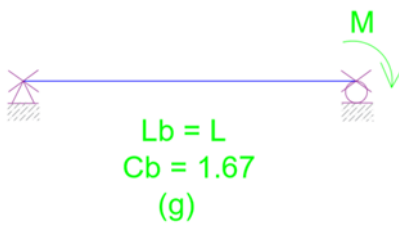


Ilustración 15. Momento.



Ilustración 16. Carga puntual en el centro de la luz.

Para vigas en voladizos no soportadas $C_b = 1$

En ningún caso el valor C_b y el valor de M_n puede ser mayor que M_p , por tanto, las expresiones finales para determinar el M_n en flexión son:

Si $L_b \leq L_p$, no hay PLT, y $M_n = M_p = F_y \cdot Z \leq 1.5 \cdot M_y = 1.5(F_y \cdot S)$.

Si $L_p < L_b \leq L_r$, habrá PLT inelástico:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad \text{Ec. 32}$$

Si $L_b \leq L_p$, habrá PLT, y

$$M_n = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \leq M_p \quad \text{Ec. 33}$$

1.6 Resistencia por flexión de perfiles no compactos

Como se indicó antes, la mayoría de los perfiles W, M y S son compactos para $F_y = 36 \text{ ksi}$ y $F_y = 50 \text{ ksi}$. Unos cuantos son no compactos debido a la razón ancho-espesor del patín, pero ninguno es esbelto. Por esto, las especificaciones AISC tratan los miembros en flexión no compactos y esbeltos en un apéndice (Apéndice F).

En general, una viga puede fallar por:

- Pandeo lateral torsionante.
- Pandeo local del patín.
- Pandeo local del alma.

Cualquiera de esos tipos de falla puede ocurrir en el rango elástico o en el rango inelástico. Las almas de todos los perfiles rolados dados en el Manual son compactas, por lo que los perfiles no compactos están expuestos solo a los estados límite de pandeo lateral torsionante y de pandeo local del patín. Las resistencias correspondientes a ambos estados límite deben calcularse y gobernará el valor más pequeño.

El apéndice F del AISC, muestra:

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} \quad \text{Ec. 34}$$

si $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$, el patín es no compacto, el pandeo será inelástico, donde:

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \quad \text{Ec. 35}$$

$$\lambda_p = \frac{65}{\sqrt{F_y}} \quad \lambda_r = \frac{141}{\sqrt{F_y - F_r}}$$

$$M_r = (F_y - F_r) S_x \quad \text{Ec. 36}$$

Donde:

Fr = Esfuerzo residual = 10 ksi para perfiles rolados

1.7 Conclusiones

Resumiremos ahora el procedimiento para calcular la resistencia nominal por momento de perfiles I y H flexionados respecto al eje x. Todos los términos en las siguientes ecuaciones han sido previamente definidos y los números de las ecuaciones AISC no se muestran. Este resumen es solo para perfiles compactos y no compactos (no para perfiles esbeltos).

1. Determinar si el perfil es compacto.
2. Si el perfil es compacto, revise por pandeo lateral torsionante como sigue:

Si $L_b \leq L_p$, no hay PLT, y $M_n = M_p$.

Si $L_p < L_b \leq L_r$, habrá PLT inelástico.

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad \text{Ec. 37}$$

Si $L_b > L_r$ habrá PLT, y

$$M_n = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \leq M_p \quad \text{Ec. 38}$$

3. Si el perfil es no compacto debido al patín, el alma o ambos, la resistencia nominal será la más pequeña de las resistencias correspondientes al pandeo local del patín, al pandeo local del alma y al pandeo lateral torsionante.

a) Pandeo local del patín:

Si $\lambda \leq \lambda_p$, no hay PLP.

Si $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$, el patín es no compacto.

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \leq M_p \quad \text{Ec. 39}$$

b) Pandeo local del alma:

Si $\lambda \leq \lambda_p$, no hay PLA.

Si, $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ el alma es no compacta.

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \leq M_p \quad \text{Ec. 40}$$

c.) Pandeo lateral torsionante:

Si $L_b \leq L_p$, no hay PLT.

Si $L_p < L_b \leq L_r$, se tiene PLT inelástico.

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad \text{Ec. 41}$$

Si $L_b > L_r$, se tiene PLT elástico.

$$M_n = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \leq M_p \quad \text{Ec. 42}$$

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1ª Edición

CAPÍTULO II

ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN



2.1 Introducción

El diseño de una viga implica la selección de un perfil que tenga suficiente resistencia y que cumpla los requisitos de servicio. En lo que se refiere a la resistencia, la flexión es siempre más crítica que el cortante, por lo que la práctica usual es diseñar por flexión, luego revisar por cortante. El proceso de diseño puede delinarse como sigue:

1. Calcule el momento por carga factorizada M_u . Será el mismo que la resistencia de diseño requerida. El peso de la viga es parte de la carga muerta, pero este momento se desconoce. Puede suponerse un valor o el peso puede ignorarse inicialmente y revisarse después de que un perfil se haya escogido.
2. Seleccione un perfil que satisfaga este requisito de resistencia. Esto puede hacerse de dos maneras.
 - a. Suponga un perfil, calcule la resistencia de diseño y compárela con el momento por carga factorizada. Revise en caso necesario. El perfil de prueba puede seleccionarse fácilmente en solo un número limitado de situaciones.
 - b. Use las cartas de diseño de vigas en la parte 4 del Manual AISC-LRFD.
3. Revise la resistencia por cortante.
4. Revise la deflexión.

2.2 Ayudas de diseño

2.2.1 Tabla de selección para diseño por factor de carga (ver tablas 4.15 a 4.21, páginas 381-387 del Manual del AISC-LRFD)

La tabla de selección para diseño por factor de carga da los perfiles usados comúnmente para vigas, arreglados en orden decreciente del módulo de sección plástico Z_x . Como $M_p = F_y Z_x$, los perfiles están también en orden del momento de diseño $\phi_b M_p$, que está también dado en la tabla. **Además, ellos están agrupados de modo que el perfil en la parte superior del grupo es el más ligero que tiene suficiente módulo de sección para satisfacer un módulo de sección requerido que caiga dentro del grupo.** Otras constantes útiles tabuladas son L_p y L_r .

2.2.2 Tabla de selección de momentos de inercia (ver tablas 4-24 a 4-27, página 390-393 del Manual del AISC-LRFD)

En las tablas de selección de momento de inercia, los perfiles aparecen ordenados de forma decreciente, en función del momento de inercia respecto al eje fuerte (I_x). **Ellos están agrupados de modo que el perfil en la parte superior del grupo es el más ligero.** Estas tablas son muy útiles cuando el segundo estado límite (chequeo de la deformación) se convierte en una condición de diseño, ya que de la ecuación de diseño $\Delta \leq \Delta_{lim}$, es más fácil despejar una $I_{requerida}$, y con este valor entrar a estas tablas a seleccionar un perfil.

2.2.3 Cartas de diseño para vigas (ver gráficos 4-113 a 4-166, páginas 478-532 del Manual del AISC-LRFD)

El ingeniero practicante dispone de muchas gráficas, cartas y tablas que simplifican considerablemente el proceso de diseño. En aras de la eficiencia, ellas son ampliamente usadas en las oficinas de diseño, pero usted debe usarlas con cuidado y no permitir que los principios básicos se vuelvan oscuros. No es nuestro propósito describir en detalle, todas las ayudas de diseño disponibles; sin embargo, estudiaremos aquí las curvas de momento de diseño versus longitud no soportada dadas en la parte 4 del Manual AISC-LRFD.

Esas curvas serán descritas con referencia a la ilustración 17, que muestra una gráfica momento de diseño $\phi_b M_n$ como función de la longitud no soportada L_b para un perfil compacto particular. Tal gráfica puede construirse para cualquier sección transversal y valores específicos de F_y y C_b usando las ecuaciones apropiadas para la resistencia por momento.

Las cartas del Manual comprenden una familia de curvas para varios perfiles laminados. Todas las curvas fueron generadas con $C_b = 1,0$. Para otros valores de C_b simplemente multiplique los momentos de diseño de las cartas por C_b . Recuerde que $\phi_b M_n$ nunca, puede exceder

a $\phi_b M_p$ (o, para perfiles no compactos, a $\phi_b M_n$ basado en el pandeo local. El uso de las cartas se ilustra en la ilustración 18, donde dos de tales curvas se muestran.

Cualquier punto sobre esta gráfica, como la intersección de las dos líneas punteadas, representa un momento de diseño y una longitud no soportada. Si el momento es una capacidad requerida de momento, entonces cualquier curva arriba del punto corresponde a una viga, con una capacidad mayor de momento. Cualquier curva a la derecha es para una viga con exactamente la capacidad requerida de momento, aunque para una longitud no soportada mayor. Por lo tanto, si en un problema de diseño se entra a las cartas con una longitud no soportada dada y una resistencia de diseño requerida, las curvas arriba y a la derecha del punto corresponden a vigas aceptables.

Si se encuentra una porción de curva con línea punteada, entonces una curva para un perfil más ligero se encuentra arriba o a la derecha de la línea punteada. Los puntos sobre las curvas correspondientes a L_p están indicados por un círculo sólido; L_r está representada por un círculo abierto. Se dispone de dos conjuntos de curvas, uno para $F_y = 36 \text{ ksi}$ y otro para $F_y = 50 \text{ ksi}$.

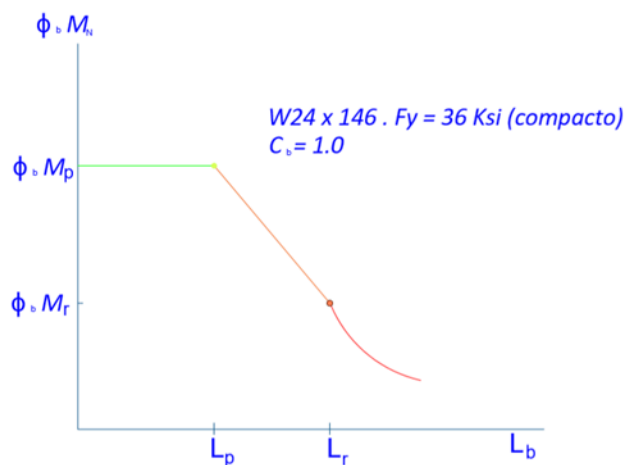


Ilustración 17. Momento de diseño $\phi_b M_n$.

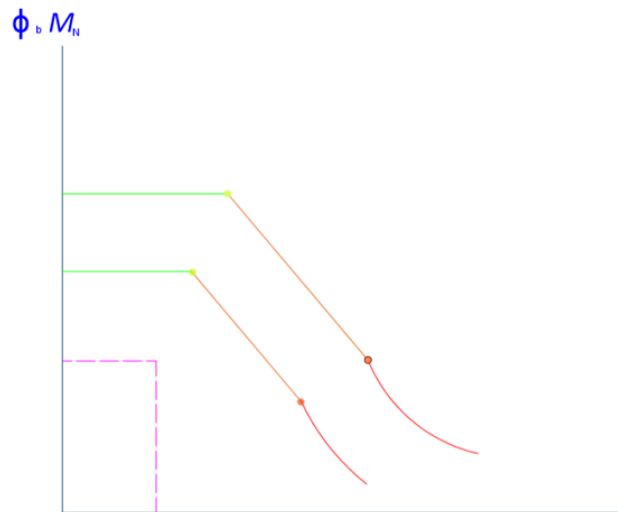


Ilustración 18. Momento de diseño.

Aunque $L_b = 0$ no está en esta carta particular, el valor mínimo de L_b mostrado es menor que L_p para todos los perfiles en esa página.

Aunque las cartas para perfiles compactos y no compactos son similares en apariencia, $\phi_b M_n$ y L_p son usados para perfiles compactos, mientras que $\phi_b M_n$ y L'_p se usan para perfiles no compactos. (Esta notación no se usa en las cartas o en ninguna de las otras ayudas de diseño en el libro, pero se usa en el análisis que precede a la Tabla de selección de diseño por factor de carga en la parte 4 del libro). Si un perfil es compacto o no compacto no es de importancia para el uso de las cartas.

1.3 Chequeo del 1.er estado límite. Condición de resistencia por cortante

La resistencia por cortante de una viga debe ser suficiente para satisfacer la relación.

$$V_u \leq \phi_v V_n$$

Ec. 43

Donde:

V_v = Fuerza cortante máxima basada en la combinación gobernante de cargas factorizadas.

Φ_v = factor de resistencia por cortante = 0,90

v_n = resistencia nominal por cortante

Considere la viga simplemente apoyada, de la ilustración 19. A una distancia x del extremo izquierdo y en el eje neutro de la sección transversal, el estado de esfuerzo es como se muestra en la figura 19d. Como este elemento está localizado en el eje neutro, él no está sometido a esfuerzos de flexión. De la mecánica de materiales elemental, el esfuerzo cortante es:

$$f_v = \frac{VQ}{Ib} \quad \text{Ec. 44}$$

Donde:

f_v = Esfuerzo cortante vertical y horizontal en el punto de interés.

V = Fuerza cortante vertical en la sección bajo consideración.

Q = Primer momento respecto al eje neutro del área de la sección transversal entre el punto de interés y la parte superior o inferior de la sección transversal.

I = Momento de inercia respecto al eje neutro.

B = Ancho de la sección transversal en el punto de interés.

La ecuación 44 se basa en la hipótesis de que el esfuerzo es constante sobre el ancho b y es por lo tanto exacta solo para valores pequeños de b . Para una sección transversal rectangular de peralte d y ancho b , el error para $d/b = 2$ es aproximadamente del 3%. Para $d/b = 1$, el error es del 12% y para $d/b = 1/4$, es del 100% (Higdon, Ohlsen y Stiles, 1960). Por esta razón, la ecuación 44 no puede aplicarse al patín de un perfil W de la misma manera que para el alma.

La ilustración 20 muestra la distribución del esfuerzo cortante para un perfil W. Superpuesto sobre la distribución real está el esfuerzo promedio en el alma V/A_w , que no difiere mucho del esfuerzo máximo en el

alma. Es claro que el alma fluirá completamente mucho antes que los patines empiecen a fluir. Debido a esto, la fluencia del alma representa uno de los estados límite por cortante. Tomando el esfuerzo cortante de fluencia como el 60% del esfuerzo de fluencia por tensión, podemos escribir la ecuación para el esfuerzo en el alma en la falla como:

$$f_v = \frac{V_n}{A_w} = 0,60 F_y \quad \text{Ec.45}$$

Donde:

A_w = área del alma.

La resistencia nominal correspondiente a este estado límite es, por lo tanto:

$$V_n = 0,6 F_y A_w$$

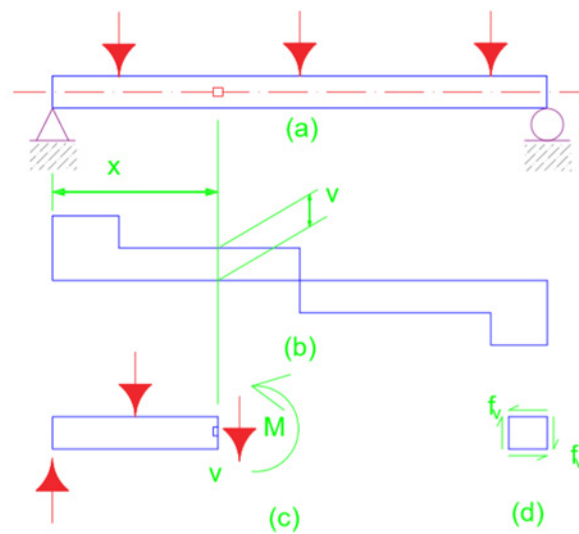


Ilustración 19. Viga simplemente apoyada.

El valor obtenido de esta ecuación será la resistencia nominal por cortante, siempre que no se tenga pandeo por cortante del alma.

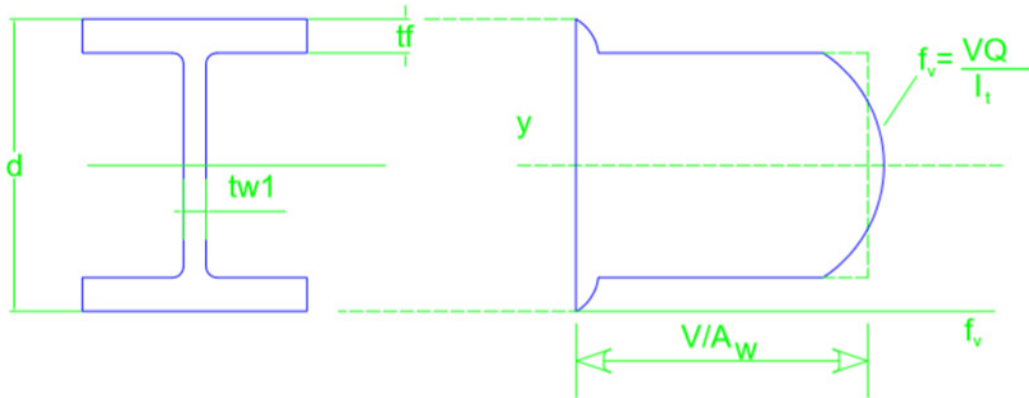


Ilustración 20. Distribución del esfuerzo cortante para un perfil W.

2.3.1 Pandeo por cortante del alma

Para que ocurra el pandeo por cortante, dependerá de la razón ancho-espesor (h/t_w) del alma. Si esta razón es muy grande, es decir, si el alma es demasiado esbelta, el alma puede pandearse por cortante, elástica o inelásticamente. La relación entre la resistencia por cortante y la razón ancho-espesor es análoga a la que existe entre la resistencia por flexión y la razón ancho-espesor (para el PLP o el PLA) y entre la resistencia por flexión y la longitud no soportada (para el PLT). Esta relación está ilustrada en la figura 21 y dada en la sección F2.2 del AISC como sigue:

Para, $\frac{h}{t_w} \leq \frac{418}{\sqrt{F_y}}$ no hay inestabilidad del alma.

$$V_n = 0,6F_y A_w \qquad \text{Ec. 1F2-1 del AISC}$$

Para $\frac{418}{\sqrt{F_y}} < \frac{h}{t_w} \leq \frac{523}{\sqrt{F_y}}$, puede ocurrir pandeo inelástico del alma

$$V_n = 0,6F_y A_w \frac{418/\sqrt{F_y}}{h/t_w} \qquad \text{Ec. 1F2-2 del AISC}$$

Para $\frac{523}{\sqrt{F_y}} < \frac{h}{t_w} \leq 260$, el estado límite es el pandeo elástico.

$$V_n = \frac{132.000 A_w}{(h/t_w)^2} \quad \text{Ec.1F2-3 del AISC}$$

Donde:

A_w = Área del alma = $d \cdot t_w$

d = Peralte total de la viga

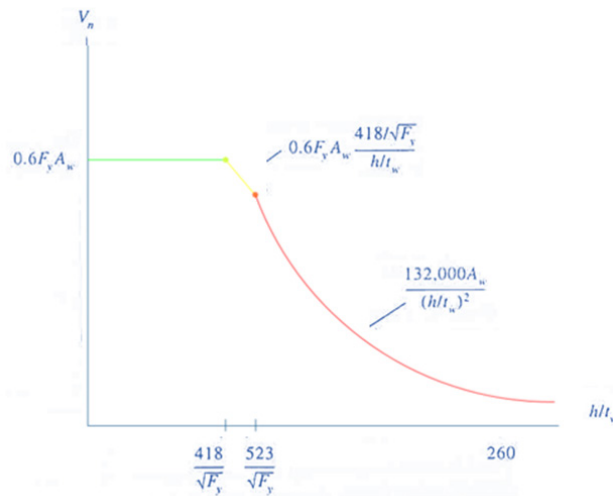


Ilustración 21. Pandeo por cortante del alma.

Aspectos importantes a tomar en consideración:

- Si h/t_w es mayor que 260, se requieren rigidizadores del alma y deben entonces consultarse las estipulaciones del Apéndice F2 (o del Apéndice G para travesaños armados).
- La ecuación **F2-3 del AISC** se basa en la teoría de la estabilidad elástica y la ecuación **F2-2** es una ecuación empírica para la región inelástica, que proporciona una transición entre los estados límite de fluencia del alma y de pandeo elástico del alma.
- El cortante es rara vez un problema en las vigas roladas de acero; la práctica usual es diseñar una viga por flexión y luego revisarla por cortante.

2.3.2 Bloque de cortante

El bloque de cortante, que fue considerado antes en conjunción con las conexiones de miembros en tensión, puede ocurrir en ciertos tipos de conexiones de vigas. Para facilitar la conexión de vigas a otras vigas de modo que los patines superiores queden al mismo nivel, una pequeña longitud del patín superior de una de las vigas puede recortarse o, desatinarse. Si una viga desatinada es conectada con tornillos, como en la ilustración 22, (segmento **ABC**) tenderá a desgarrarse.

La carga aplicada en este caso será la reacción vertical de la viga, por lo que se tendrá cortante a lo largo de la línea **AB** y tensión a lo largo de **BC**. La resistencia por bloque de cortante será un valor limitante de la reacción.

En el **tema III (Conexiones simples)**, se estudió el cálculo de la resistencia por bloque de cortante, aquí se va a particularizar para el caso de las vigas. La falla puede ocurrir por una combinación de fluencia por corte y fractura por tensión o por fractura por cortante y fluencia por tensión. La sección **J4.3** del **AISC**, sobre “Resistencia por ruptura del bloque de cortante”, da dos ecuaciones para la resistencia de diseño por bloque de cortante:

$$R_n = \phi [0,6 F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \quad \text{Ec. 49}$$

$$\phi R_n = \phi [0,6 F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] \quad \text{Ec.50}$$

Donde:

$$\Phi = 0,75$$

Agv = Área total en cortante (en la figura 9.22, longitud AB veces el espesor del alma).

Anv = Área neta en cortante.

Agt = Área total en tensión (en la figura 9.22, longitud BC veces el espesor del alma).

Ant = Área neta en tensión.

La ecuación gobernante es la que tiene el mayor término de fractura.

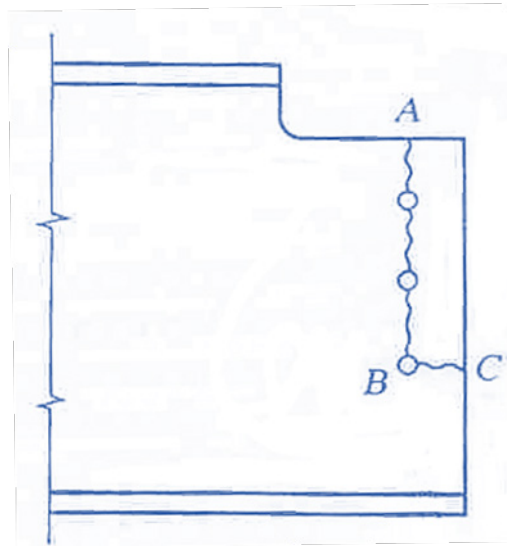


Ilustración 22. Viga despatinada.

Ejemplo:

Determine la reacción máxima por carga factorizada, con base en el bloque de cortante, que puede ser tomada por la viga mostrada en la ilustración 23.

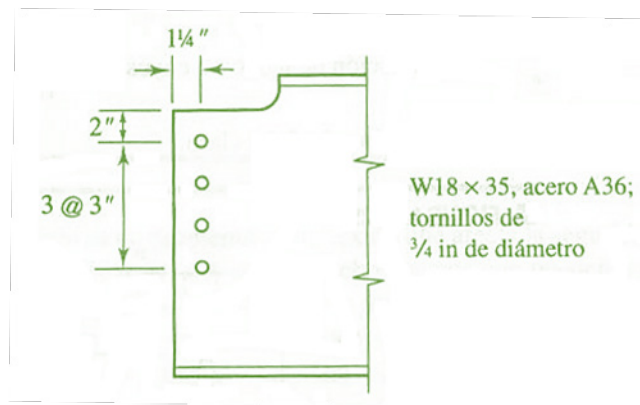


Ilustración 23. Bloque de cortante.

Solución:

El diámetro efectivo de agujero es $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ in. Las áreas total y neta por cortante son:



$$A_{gv} = (2 + 3 + 3 + 3)t_w = 11(0,300) = 3,300 \text{ in.}^2 \quad \text{Ec. 51}$$

$$A_{nv} = \left(11 - 3,5 \times \frac{7}{8}\right)(0,300) = 2,381 \text{ in.}^2 \quad \text{Ec. 52}$$

Las áreas total y neta por tensión son:

$$A_{gt} = 1,25t_w = 1,25(0,300) = 0,3750 \text{ in.}^2 \quad \text{Ec. 53}$$

$$A_{nt} = \left(1,25 - 0,5 \times \frac{7}{8}\right)(0,300) = 0,2438 \text{ in.}^2 \quad \text{Ec. 54}$$

La ecuación J4-3a del AISC manifiesta:

$$\begin{aligned} \phi R_n &= \phi [0,6F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] = 0,75 [0,6(36)(3,300) + 58(0,2438)] \\ &= 0,75 [71,28 + 14,14] = 64,1 \text{ kips} \end{aligned}$$

La ecuación J4-3b del AISC manifiesta:

$$\begin{aligned} \phi R_n &= \phi [0,6F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] = 0,75 [0,6(58)(2,381) + 36(0,3750)] \\ &= 0,75 [82,86 + 13,50] = 72,3 \text{ kips} \end{aligned}$$

El término de fractura en la ecuación **J4-3b** del **AISC** es el mayor (es decir, **82,86 > 14,14**), por lo que esta ecuación gobierna. La reacción máxima por carga factorizada basada en el bloque de cortante = 72,3 kips.

2.4 Chequeo del 2.do estado límite. Condición de deformación

Además de ser segura, una estructura debe tener buenas propiedades de servicio. Una estructura con buenas propiedades de servicio es una que funciona satisfactoriamente, sin causar ninguna incomodidad o percepciones de inseguridad a los ocupantes o usuarios de la estructura. Para una viga esto usualmente significa que las deformaciones, principalmente la deflexión vertical, deben ser limitadas. Una deflexión excesiva es usualmente una indicación de que se trata de una viga muy flexible, que puede conducir a problemas de carácter vibratorio. La deflexión misma puede causar problemas si los elementos unidos

a la viga pueden diseñarse por pequeñas distorsiones. Además, los usuarios de la estructura pueden ver las grandes deflexiones negativamente y suponer equivocadamente que la estructura no es segura.

Para el caso común de una viga simplemente apoyada y cargada uniformemente como la mostrada en la ilustración 24, la deflexión vertical máxima es:

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} \quad \text{Ec. 55}$$

Las fórmulas para deflexiones en diversas vigas y condiciones de carga pueden encontrarse en la parte 4 sobre “Diseño de vigas y trabes” del libro. Para situaciones menos comunes pueden usarse métodos analíticos como el método del trabajo virtual. La deflexión es un estado límite de servicio, no de resistencia, por lo que las deflexiones deben siempre calcularse con cargas de servicio.

El límite apropiado para la deflexión máxima depende de la función de la viga y de la probabilidad del daño resultante de la deflexión. Las especificaciones AISC proporcionan poca guía, aparte de una estipulación en el capítulo L sobre “Consideraciones de diseño por servicio”, de que las deflexiones deben siempre revisarse. Límites apropiados para la deflexión pueden usualmente encontrarse en el Reglamento de construcción que rija. Los siguientes valores son para deflexiones típicas máximas permisibles totales (carga muerta de servicio más carga viva de servicio).

Construcción enyesada	$\frac{L}{360}$
Construcción de piso no enyesado	$\frac{L}{240}$
Construcción de techo no enyesado	$\frac{L}{180}$

Donde:

L = Longitud del claro.

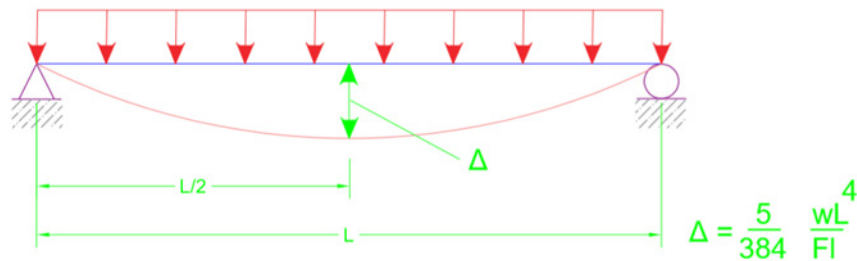


Ilustración 24. Deformación de una viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida.

A veces es necesario usar un límite numérico para la deflexión, en vez de una fracción del claro. En ocasiones se pone un límite a la deflexión causada solo por las cargas vivas, ya que las deflexiones por carga muerta pueden, a menudo, compensarse durante la fabricación y la construcción.

Si los requisitos de deflexión controlan el diseño de una viga, se calcula el momento de inercia mínimo requerido y se busca el perfil más ligero que tenga este valor. Esta tarea es simplificada por las tablas de selección de momentos de inercia en la parte 4 del Manual. Ilustraremos el uso de esas tablas en el siguiente ejemplo, que también explica el procedimiento de diseño de una viga en un sistema de piso o techo típico.

Ejemplo:

La viga mostrada en la figura 25 tiene soporte lateral continuo. La carga concentrada es una carga viva y la carga uniforme es una carga muerta que no incluye el peso de la viga. Considere acero A36 y seleccione un perfil. La deflexión total no debe exceder L/240.

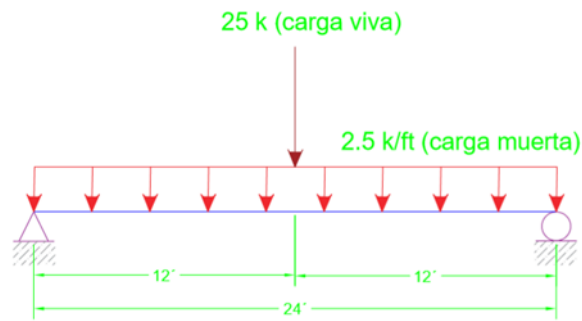


Ilustración 25. Viga con soporte lateral.

Solución:

Cálculo de las cargas actuantes

Asumir un peso de viga de = 50 lb/ft

$$w_u = 1,2w_D = 1,2(2,5 + 0,050) = 3,060 \text{ kips/ft}$$

$$P_u = 1,6 (P) L = 1,6 (25) = 40 \text{ kips}$$

Condición de resistencia por flexión (1.º estado límite)

$$M_u = \frac{1}{8} w_u L^2 + \frac{P_u L}{4} = \frac{1}{8} (3,060) x (24)^2 + \frac{(40) x (24)}{4} = 406 \text{ kips} - \text{ft} \quad \text{Ec. 56}$$

De la tabla de selección para el diseño por factor de carga, probamos una W24 x 68.

$$\Phi_b M_n = 478 \text{ ft-kips} > 460 \text{ ft-kips (OK)}$$

Chequeo del peso de la viga (68 - 50 = 18 lb/ft mayor que el asumido):

$$M_u = 460 + \frac{1}{8} (12 x 0,018) (24)^2 = 462 \text{ kips} - \text{ft} < 478 \text{ kips} - \text{ft} \quad \text{Ec.57}$$

Condición de cortante (1.º estado límite)

$$V_u = \frac{40}{2} + \frac{1,2 x (2,5 + 0,068) x (24)}{2} = 57,0 \text{ kips} \quad \text{Ec.58}$$

De la tabla de carga uniforme factorizada

$$\Phi_b V_n = 191 \text{ kips} > 57,0 \text{ kips (OK)}$$

Chequeo de la deformación (2.º estado límite)

Importante: USAR CARGAS DE SERVICIO

Deformación máxima permisible

$$\frac{L}{240} = \frac{24(12)}{240} = 1,2 \text{ in} \quad \text{Ec. 59}$$

De los diagramas de vigas T

$$\Delta = \frac{5(w)L^4}{384EI} + \frac{P(L)^3}{48EI} \quad \text{Ec. 60}$$

$$\Delta = \frac{5((2,5 + 0,068)/12)(24 \times 12)^4}{384 \times (29000) \times (1830)} + \frac{25(24 \times 12)^3}{48 \times (29000) \times (1830)}$$

$$\Delta = 0,3612 + 0,2344 = 0,596 \text{ in} < 1,2 \text{ in (OK)}$$

Respuesta: Use un W 24 x 68

Ejemplo:

La viga mostrada en la figura 26 está soportada lateralmente en los extremos y en los puntos de aplicación de las cargas. Las cargas de 14 kips son cargas vivas de servicio. Use acero A36 y seleccione un perfil. La deflexión total no debe exceder de L/240.

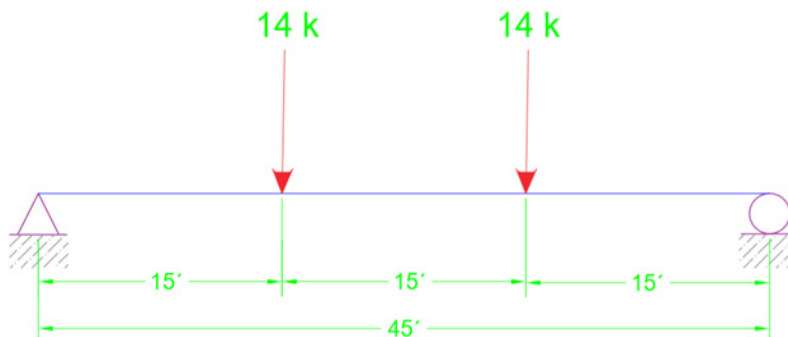


Ilustración 26. Viga con soporte lateral en el extremo.



Solución:

Basado en cálculos preliminares, hechos sin considerar el peso propio de la viga, un peso de viga de 70 lb/ft será asumida

Cálculo de las cargas actuantes

$$1,2 (0,070) = 0,084 \text{ kips/ft}, 1,6 (14) = 22,4 \text{ kips}$$

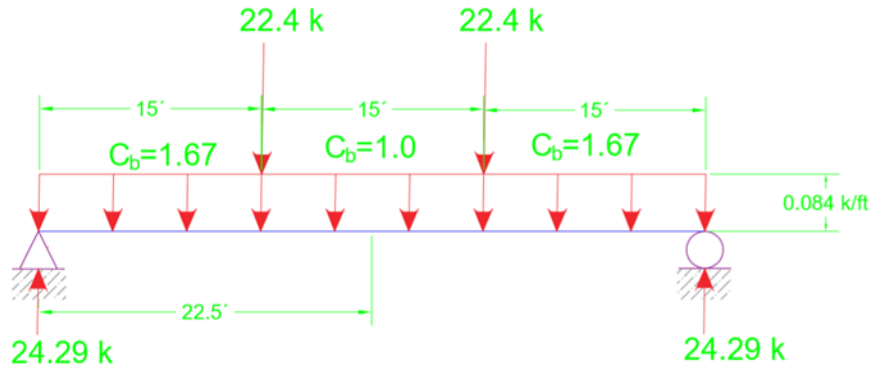


Ilustración 27. Reacciones de la viga.

Condición de resistencia por flexión (1.º estado límite)

El valor de C_b es aproximado.

La longitud no soportada central es la crítica. Porque el momento flector es máximo en este segmento, y el C_b es más pequeño que en los otros segmentos.

$$M_{max} = 24,29(22,5) - 0,084(22,5)2/2 - 22,4(7,5) = 357 \text{ ft-kips}$$

De las cartas de diseño, con $L_b = 10 \text{ ft}$, probamos una W24 x 68:

$$\Phi_b M_n = 391 \text{ kips - ft} > 357 \text{ kips - ft (OK) (El peso de la viga esta OK)}$$

Condición de Cortante (1.º estado límite)

De la tabla carga uniforme factorizada,

$$\Phi_b V_n = 191 \text{ kips} > 24,29 \text{ kips (OK)}$$

Chequeo de la deformación (2.º estado límite)

Importante: USAR CARGAS DE SERVICIO

Deformación máxima permisible

$$\frac{L}{240} = \frac{45(12)}{240} = 2,25in \quad \text{Ec. 61}$$

De los diagramas de vigas

$$\Delta = \frac{5(w)L^4}{384EI} + \frac{P(a)}{24EI} (3(L)^2 - 4(a)^2) \quad \text{Ec. 62}$$

$$\Delta = \frac{5(0,068/12)(45x12)^4}{384EI} + \frac{14(15x12)}{24EI} (3(45x12)^2 - 4(15x12)^2)$$

$$\Delta = \frac{6,274x10^4}{EI} + \frac{78,25x10^6}{EI} = \frac{84,52x10^6}{29000x1830} = 1,59in < 2,25in(OK)$$

Respuesta: Use un W24 x 68

Ejercicio:

La viga en voladizo mostrada en la figura 28 está soportada lateralmente con un empotramiento. La carga concentrada es una carga viva de servicio. Considere acero A572 grado 50 y seleccione un perfil. No hay restricción en la deflexión.

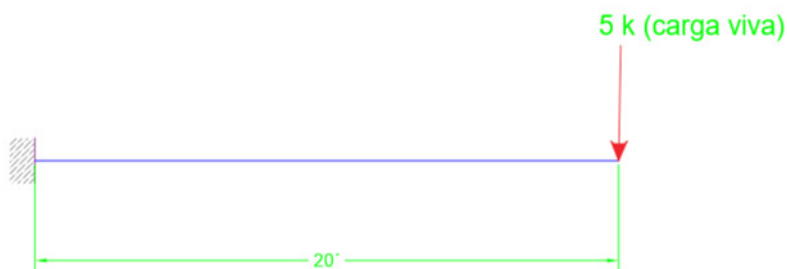


Ilustración 28. Viga en voladizo.

Solución:

Cálculo de las cargas actuantes.



Asumir un peso de viga = 50 lb/ft

$$W_u = 1,2w_D = 1,2(0,050) = 0,06 \text{ kips/ft}$$
$$P_u = 1,6(P)L = 1,6(5) = 8 \text{ kips}$$

Condición de resistencia por flexión (1.^{er} estado límite)

$$M_u = W_u L^2/2 + P_u L = 0,06(20)^2/2 + 8(20) = 172 \text{ ft - kips para voladizos,}$$
$$C_b = 1.0.$$

De las cartas de diseño para vigas, con $L_b = 20 \text{ ft}$,
Prueba una **W12 x 45**:

$$\Phi_b M_n = 176 \text{ ft-kips} > 172 \text{ kips - ft; el peso de la viga es OK.}$$

Condición de Cortante (1.^{er} estado límite)

$V_u = 0,06 (20) + 8 = 9,2 \text{ kips}$ De la tabla de cargas uniforme factorizada,

$$\Phi_b V_n = 109 \text{ kips} > 9,2 \text{ kips (OK)}$$

Respuesta: Use un W12 x 45

Ejemplo:

La viga mostrada en la figura 29 es parte de un sistema de techo. Ella está soportada lateralmente solo en sus extremos. La carga consiste en 170 lb/ft de carga muerta no incluye el peso de la viga), 100 lb/ft de carga viva de techo, 280 lb/ft de carga de nieve y 11 lb/ft de carga de viento actuando hacia arriba. Las cargas muertas, viva y de nieve son cargas de gravedad y siempre actúan hacia abajo, mientras que la carga de viento sobre el techo actuará siempre hacia arriba. Considere acero A572 grado 50 y seleccione un perfil. La deflexión total no debe exceder de $L/180$.

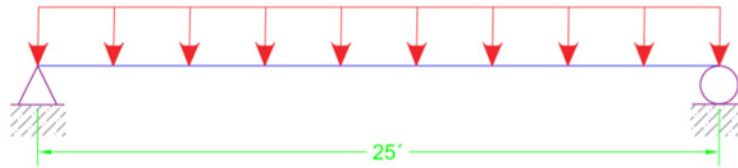


Ilustración 29. Viga de un sistema de techo.

Solución:

Cálculo de las cargas actuantes

Asumir un peso de viga = 40 lb/ft

$$W_D = 170 + 40 = 210 \text{ lb/ft}$$

AISC combinación de carga A4-3: $1,2D + 1,68 = 1,2(210) + 1,6(280) = 700 \text{ lb/ft}$

AISC combinación de carga A4-6: $0,9D + 1,3W = 0,9(210) + 1,3(-180) = -45 \text{ lb/ft}$

Combinación A4-3 controla.

$$M_u = \frac{1}{8} w_u L^2 = \frac{1}{8} (0,7) x (25)^2 = 54,7 \text{ kips} - \text{ft} \quad \text{Ec. 63}$$

Condición de resistencia por flexión (1.^{er} estado límite)

De la carta de diseño de vigas, con $L_b = 25 \text{ ft}$

Probar con una W10 x 39:

$$\Phi_b M_n = 107 \text{ kips ft} \quad \text{Para } C_b = 1.0$$

Como la resistencia por flexión es adecuada para $C_b = 1.0$, será adecuada también para $C_b > 1.0$ por tanto, C_b no necesita ser calculado.

Condición de cortante (1.^{er} estado límite)

De la tabla de cargas uniforme factorizada,

$$\Phi_b V_n = 84,4 \text{ kips}$$

$$V_u = \frac{w_u L}{2} = \frac{0,7 \times (25)}{2} = 8,75 \text{ kips} < 84,4 \text{ kips (OK)} \quad \text{Ec. 64}$$

Chequeo de la deformación (2.º estado límite).

Importante: USAR CARGAS DE SERVICIO

Use D + S (cargas de servicio)

Deformación máxima permisible

$$\frac{L}{180} = \frac{25(12)}{180} = 1,67 \text{ in} \quad \text{Ec. 65}$$

De los diagramas de vigas

$$\Delta = \frac{5(w_D + w_S)L^4}{384EI} \quad \text{Ec. 66}$$

$$\Delta = \frac{5((0,17 + 0,039 + 0,28)/12)(25 \times 12)^4}{384(29000) \times (209)}$$

$$\Delta = 0,709 \text{ in} < 1,67 \text{ in (OK)}$$

Respuesta: Use un W10 x 39

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1ª Edición

CAPÍTULO III
ELEMENTOS A FLEXIÓN COMPRESIÓN
PARTE 1



3.1 Introducción

Si bien muchos miembros estructurales pueden tratarse como columnas cargadas de manera axial o como vigas con solo carga de flexión, la mayoría de las vigas y columnas están sometidas, en cierto grado, a la flexión y a la carga axial. Esto se cumple para las estructuras estáticamente indeterminadas. Incluso, el rodillo de apoyo de una viga simple puede experimentar la fricción que restringe longitudinalmente a la viga, al inducir la tensión axial cuando se aplican las cargas transversales. Sin embargo, en este caso particular, los efectos secundarios son usualmente pequeños y pueden ser despreciados. Muchas columnas son tratadas como miembros en compresión pura con poco error. Si la columna es un miembro de un solo piso y puede tratarse como articulada en ambos extremos, la única flexión resultará de excentricidades accidentales menores de la carga.

Sin embargo, en muchos de los miembros estructurales habrá una cantidad importante de ambos efectos y tales miembros se llamarán vigas-columnas. Considere el marco rígido en la figura 30. Para la condición de carga dada, el miembro horizontal AB debe no solo soportar la carga vertical uniforme, sino también ayudar a los miembros verticales a resistir la carga lateral concentrada P_1 . El miembro CD es un caso más crítico, porque debe resistir la carga $P_1 + P_2$ sin ayuda de los miembros verticales. La razón es que el arriostramiento X, indicado por las líneas de rayas, impide el desplazamiento lateral del piso inferior. Para la dirección mostrada de P_2 , el miembro ED estará en tensión y el miembro CF quedará laxo, siempre que los elementos del arriostramiento hayan sido diseñados para resistir solo la tensión. Sin embargo, para que esta condición ocurra, el miembro DC debe transmitir la carga $P_1 + P_2$ de C a D.

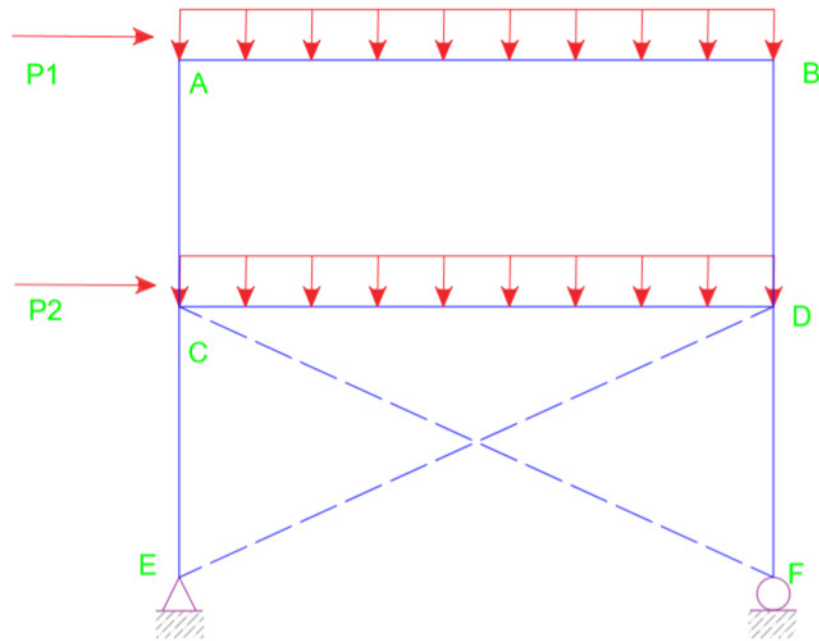


Ilustración 30. Marco rígido con diagonales.

Los miembros verticales de este marco deben también tratarse como vigas-columna. En el piso superior, los miembros AC y BD se flexionarán bajo la influencia de P_1 . Además, en A y B, los momentos flexionantes son transmitidos del miembro horizontal a través de los nudos rígidos. Esta transmisión de momentos también tiene lugar en C y D y sucede lo mismo en cualquier marco rígido, aunque esos momentos son, por lo regular, menores que los que resultan de las cargas laterales. La mayoría de las columnas en marcos rígidos son en realidad vigas-columnas y los efectos de la flexión no deben ser ignorados. Sin embargo, muchas columnas aisladas de un solo piso son tratadas como miembros cargados axialmente en compresión.

Otro ejemplo de viga-columna puede a veces encontrarse en las armaduras de techo. Aunque la cuerda superior es, por lo común, tratada como un miembro cargado axialmente en compresión, si se colocan polines entre los nudos, sus reacciones causarían flexión, la que debe tomarse en cuenta. Veremos después en este capítulo métodos para resolver este problema

3.2 Fórmulas de interacción

La desigualdad de la ecuación demanda/capacidad puede escribirse de la forma siguiente:

$$\frac{\sum \gamma_i Q_i}{\phi R_n} \leq 1,0 \quad \text{Ec. 67}$$

$$\frac{\sum \text{efectos de las cargas}}{\text{resistencia}} \leq 1,0 \quad \text{Ec. 68}$$

Si más de un tipo de resistencia está implicada, en conjunción con la flexión biaxial, la suma de las razones carga-resistencia debe limitarse a la unidad. Por ejemplo, si actúan la flexión y la compresión axial, la fórmula de la interacción sería

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1,0 \quad \text{Ec. 69}$$

Donde:

P_u = Carga de compresión axial factorizada

$\phi_c P_n$ = Resistencia de diseño por compresión

M_u = Momento flexionante factorizado

$\phi_b M_n$ = Momento de diseño

Para la flexión biaxial, habrá dos razones de flexión:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 70}$$

Donde los subíndices x y y se refieren a la flexión respecto a los ejes X y Y.

Dos fórmulas se dan en las especificaciones: una para la carga axial pequeña y otra para la carga axial grande. Si la carga axial es pequeña, el término de la carga axial se reduce. Para una carga axial grande, el término de flexión se reduce ligeramente. Los requisitos del AISC están dados en el capítulo H sobre los “Miembros bajo fuerzas y torsión combinadas”, y se resumen como sigue:

<p>Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$</p> $\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 71}$
<p>Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$</p> $\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 72}$

Ejemplo:

La viga-columna que se muestra en la figura 31 está articulada en ambos extremos y está sometida a las cargas factorizadas presentadas. La flexión es respecto al eje fuerte. Determine si este miembro satisface la ecuación de interacción apropiada de las especificaciones del AISC.

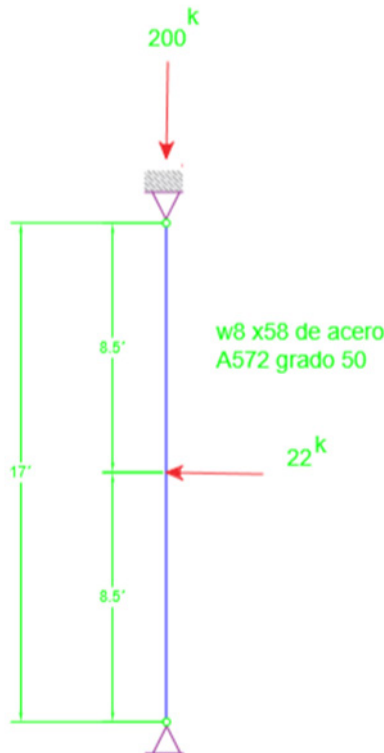


Ilustración 31. Viga-columna.



Solución:

Como mostraremos en la sección 6.3, los momentos aplicados en las ecuaciones H1-1 a y b del AISC son a veces incrementados por la amplificación de momento. El propósito de este ejemplo es el de ilustrar cómo funcionan las fórmulas de interacción.

De las tablas de carga para columnas, la resistencia de diseño por compresión axial de un perfil W8 x 58 con $F_y = 50$ ksi y una longitud efectiva $K_y L = 1,0 \times 17 = 17$ pies, es

$$\phi_c P_n = 365 \text{ kips} \quad \text{Ec. 73}$$

Como la flexión es respecto al eje fuerte, el momento de diseño $\phi_b M_n$ para $C_b = 1,0$ puede obtenerse de las cartas de diseño de vigas, para una longitud no soportada $L_b = 17 \text{ ft}$.

$$\phi_b M_n = 202 \text{ ft-kips} \quad \text{Ec. 74}$$

Para las condiciones de extremo y carga de este problema, $C_b = 1,32$, para $C_b = 1,32$,

$$\phi_b M_n = 224 \text{ ft-kips} \quad \text{Ec. 75}$$

Pero este momento es mayor que $\phi_b M_p = 224 \text{ ft-kips}$ (también obtenido de las cartas de diseño de vigas), por lo que el momento de diseño debe limitarse a $\phi_b M_p$. Por lo tanto, $\phi_b M_p = 224 \text{ ft-kips}$

El momento flexionante máximo ocurre a media altura, por lo que:

$$M_u = \frac{22(17)}{4} = 93,5 \text{ ft-kips}$$

Determine qué ecuación de interacción gobierna:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{200}{365} = 0,5479 > 0,2 \text{ Use la ecuación H1-1 a del AISC.}$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = \frac{200}{365} + \frac{8}{9} \left(\frac{93,5}{224} + 0 \right) = 0,919 < 1,0 \text{ (OK)}$$

Respuesta: Este miembro satisface las especificaciones AISC.

3.3 Amplificación del momento

El enfoque anterior para el análisis de los miembros sometidos a la flexión más la carga axial es satisfactoria, en tanto que esta última no sea muy grande. La presencia de la carga axial produce momentos secundarios y, a menos que la carga axial sea relativamente pequeña, esos momentos adicionales deben tomarse en cuenta. Para entender esto, observe la ilustración 32, la cual muestra una viga-columna con una carga axial y una carga transversal uniforme.

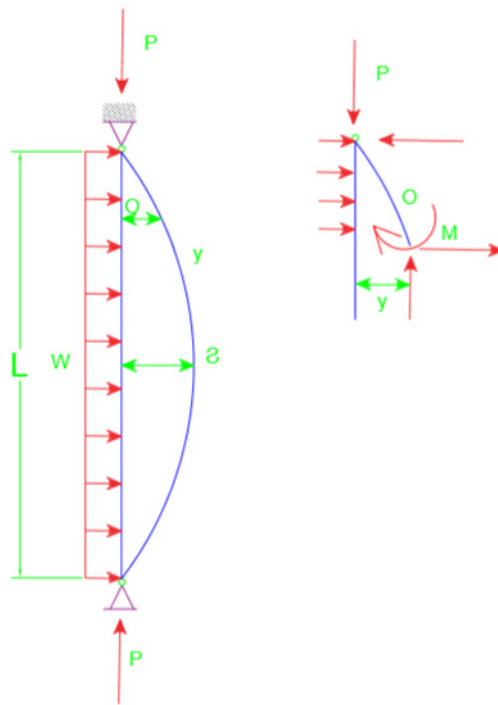


Ilustración 32. Viga-columna con una carga axial y una carga transversal uniforme.

En un punto O cualquiera, hay un momento flexionante causado por la carga uniforme y un momento adicional P_y originado por la carga axial al actuar con una excentricidad respecto al eje longitudinal del miembro. Este momento secundario es máximo donde la deflexión es

máxima, en este caso a la mitad de la altura, donde el momento total es. $wL^2 / 8 + P\delta$ Por supuesto, el momento adicional causa una deflexión adicional por encima de la resultante de la carga transversal. Como la deflexión total no puede encontrarse directamente, este problema no es lineal y sin conocer la deflexión, no podemos calcular el momento.

Los métodos de análisis estructural ordinario, que no toman en cuenta la geometría desplazada, se denominan de primer orden. Los procedimientos numéricos iterativos, llamados métodos de segundo orden, pueden emplearse para encontrar las deflexiones y los momentos secundarios, pero esos métodos son impracticables para los cálculos manuales y son, por lo regular, implementados con un programa de computadora. La mayoría de los reglamentos y de las especificaciones de diseño, incluyendo las especificaciones del AISC, permiten el uso de un análisis de segundo orden o del método de la amplificación del momento. Este método implica calcular el momento flexionante máximo que resulta de las cargas de flexión (cargas transversales o momentos de extremo del miembro) por medio de un análisis de primer orden para luego multiplicarlo por un factor de amplificación de momento para tomar en cuenta el momento secundario. Se desarrollará, enseguida una expresión para este factor.

La ilustración 33 muestra un miembro simplemente apoyado con una carga axial y cierto desalineamiento inicial. Este desalineamiento inicial puede ser aproximado por:

$$y_0 = e \cdot \text{sen} \frac{\pi x}{L} \qquad \text{Ec. 76}$$

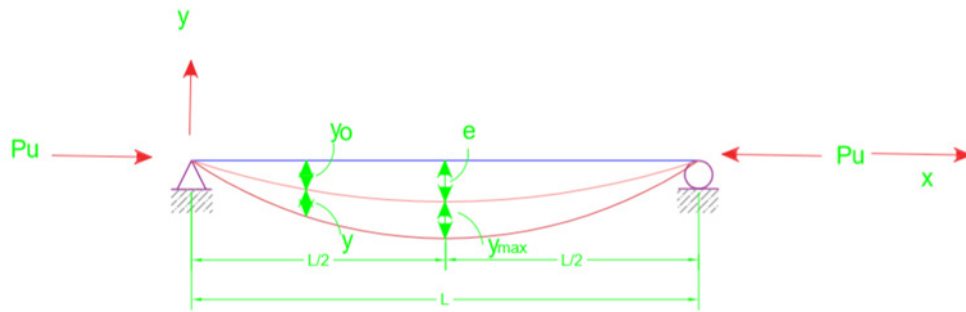


Ilustración 33. Miembro simplemente apoyado con una carga axial y cierto deslizamiento inicial.

Para el sistema coordenado mostrado, la relación momento-curvatura puede escribirse como:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad \text{Ec.77}$$

El momento flexionante M es causado por la excentricidad de la carga axial P_u con respecto al eje del miembro. Esta excentricidad consiste en el desalineamiento inicial y_0 más la deflexión adicional y que resulta de la flexión. En cualquier posición, el momento es:

$$M = P_u (y_0 + y) \quad \text{Ec. 78}$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación diferencial, obtenemos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{P_u}{EI} \left(e \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} + y \right) \quad \text{Ec. 79}$$

Al reordenar los términos, resulta:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P_u}{EI} y = \frac{P_u e}{EI} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} \quad \text{Ec. 80}$$

Que es una ecuación diferencial ordinaria no homogénea. Como es una ecuación de segundo orden, habrá dos condiciones de frontera. Para las condiciones de soporte mostradas, las condiciones de frontera son:

$$\mathbf{x = 0, y = 0 \quad \text{y en} \quad \mathbf{x = L, y = 0}$$



Es decir, el desplazamiento es cero en cada extremo. Una función que satisface la ecuación diferencial y las condiciones de frontera es:

$$y = B \cdot \text{sen} \frac{\pi x}{L} \quad \text{Ec. 81}$$

Donde B es una constante. Sustituyéndola en la ecuación diferencial, obtenemos:

$$-\frac{\pi^2}{L^2} B \text{sen} \frac{\pi x}{L} + \frac{P_u}{EI} B \text{sen} \frac{\pi x}{L} = -\frac{P_u e}{EI} \text{sen} \frac{\pi x}{L} \quad \text{Ec. 82}$$

Al despejar la constante se obtiene:

$$B = \frac{-\frac{P_u e}{EI}}{\frac{P_u}{EI} - \frac{\pi^2}{L^2}} = \frac{-e}{1 - \frac{\pi^2 EI}{P_u L^2}} = \frac{e}{\frac{P_e}{P_u} - 1} \quad \text{Ec. 83}$$

Donde:

$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ = La carga de pandeo de Euler, por lo tanto:

$$y = B \text{sen} \frac{\pi x}{L} = \left[\frac{e}{(P_e / P_u) - 1} \right] \text{sen} \frac{\pi x}{L}$$

$$M = P_u (y_0 + y)$$

El momento máximo ocurre en $x = L/2$:

$$= P_u \left\{ e \text{sen} \frac{\pi x}{L} + \left[\frac{e}{(P_e / P_u) - 1} \right] \text{sen} \frac{\pi x}{L} \right\} \quad \text{Ec. 84}$$

$$M_{\text{máx}} = P_u \left[e + \frac{e}{(P_e / P_u) - 1} \right]$$

$$M_{\text{max}} = P_u e \left[\frac{(P_e / P_u) - 1 + 1}{(P_e / P_u) - 1} \right]$$

$$M_{\text{max}} = M_0 \left[\frac{1}{1 - (P_u / P_e)} \right] \quad \text{Ec. 85}$$

Donde:

M_0 = es el momento máximo no amplificado. En este caso, esto resulta del desalineamiento inicial, pero en general, esto puede resultar de las cargas transversales o de momentos en los extremos. El factor de amplificación de momento es, por lo tanto:

$$\frac{1}{1-(P_u/P_e)} \quad \text{Ec. 86}$$

Ejemplo: Use la expresión mostrada anteriormente para calcular el factor de amplificación para la viga-columna del ejemplo.

Solución:

Como la carga de Euler P_e es parte de un factor de amplificación para un momento, ella debe calcularse para el eje de flexión, que en este caso es el eje x. En términos de longitud efectiva y relación de esbeltez, la carga de Euler puede escribirse como:

$$P_e = \frac{\pi^2 EA_g}{(KL/r)^2} \quad \text{Ec. 87}$$

Para el eje de flexión:

$$\frac{KL}{r} = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{1,0(17)(12)}{3,65} = 55,89 \quad \text{Ec. 88}$$

$$P_e = \frac{\pi^2 EA_g}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29.000)(17,1)}{(55,89)^2} = 1.567 \text{ kips} \quad \text{Ec. 89}$$

$$\frac{1}{1-(P_u/P_e)} = \frac{1}{1-(200/1.567)} = 1,15$$

Que representa un incremento del 15% en el momento flexionante. El momento primario amplificado es **1,15 x M_u = 1,15 (93,5) = 107,5 ft-kips**

Respuesta:

Factor de amplificación = 1,15

3.4 Pandeo local del alma en vigas-columnas

La determinación del momento de diseño requiere que se revise la compacidad de la sección transversal. El alma es compacta para todos los perfiles tabulados, en tanto que no se tenga carga axial. En presencia de la carga axial, el alma puede ser no compacta. Cuando usamos la notación $\lambda = h/t_w$ tenemos lo siguiente:

- Si $\lambda \leq \lambda_p$, el perfil es compacto.
- Si $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$, el perfil es no compacto.
- Si $\lambda > \lambda_r$, el perfil es esbelto.

La sección B5 del Manual AISC, en la tabla B5.1, prescribe los siguientes límites:

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_y} \leq 0,125, \quad \lambda_p = \frac{640}{\sqrt{F_y}} \left(1 - \frac{2,75 P_u}{\phi_b P_y} \right) \quad \text{Ec. 90}$$

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_y} > 0,125, \quad \lambda_p = \frac{191}{\sqrt{F_y}} \left(2,33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{253}{\sqrt{F_y}} \quad \text{Ec. 91}$$

$$\text{Para cualquier valor de } \frac{P_u}{\phi_b P_y} \quad \lambda_r = \frac{970}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 0,74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \quad \text{Ec. 92}$$

Donde:

$P_y = A_g F_y$ es la carga axial requerida para alcanzar el estado límite de fluencia

Aspectos importantes a destacar

- Como P_u es una variable, la compacidad del alma no puede revisarse ni tabularse de antemano.
- Sin embargo, algunos perfiles rolados satisfacen el peor caso límite de $253/\sqrt{F_y}$ lo que significa que esos perfiles tienen almas compactas sin importar cuál sea la carga axial.
- Los perfiles dados en las tablas de cargas para columnas, en la

parte 3 del Manual, que no satisfacen este criterio, están marcadas, y solo esos perfiles deben revisarse por compacidad del alma. Los perfiles cuyos patines no son compactos, están también marcados; por lo que, si no hay indicación contraria, los perfiles en las tablas de cargas para columnas son compactos.

Ejemplo: Un perfil W12 X 65 de acero A36 está sometido a un momento flexionante y a una carga axial factorizada de 300 kips. Revise si el alma es compacta.

Solución:

Este perfil es compacto para cualquier valor de la carga axial porque no hay un pie de página en la tabla aplicable de cargas para columnas que indique lo contrario. Sin embargo, como ilustración, revisamos aquí la razón ancho-espesor:

$$\frac{P_u}{\phi_b P_y} = \frac{P_u}{\phi_b (A_g F_y)} = \frac{300}{0,90(19,1)(36)} = 0,4848 > 0,125$$

$$\lambda_p = \frac{191}{\sqrt{F_y}} \left(2,33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) = \frac{191}{\sqrt{36}} (2,33 - 0,4848) = 58,74$$

De las tablas de dimensiones y propiedades,

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = 24,9 < \lambda_p \qquad \text{Ec. 93}$$

El alma es por lo tanto compacta. Note que, para cualquier F_y disponible, h/t_w será menor que, $253/\sqrt{F_y}$ que es el menor valor posible de λ_p , por lo que el alma de un perfil W12 x 65 siempre será compacta.

3.5 Conclusiones

Ecuación de iteración del AISC-LRFD

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 1 H1-1 a del AISC}$$

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 95 H1-1b del AISC}$$

Pandeo local

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_y} \leq 0,125, \quad \lambda_p = \frac{640}{\sqrt{F_y}} \left(1 - \frac{2,75 P_u}{\phi_b P_y} \right) \quad \text{Ec. 96}$$

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_y} > 0,125, \quad \lambda_p = \frac{191}{\sqrt{F_y}} \left(2,33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{253}{\sqrt{F_y}} \quad \text{Ec. 97}$$

$$\text{Para cualquier valor de } \frac{P_u}{\phi_b P_y} \quad \lambda_r = \frac{970}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 0,74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \quad \text{Ec. 98}$$

Donde:

$P_y = A_g F_y$ es la carga axial requerida para alcanzar el estado límite de fluencia.

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1ª Edición

CAPÍTULO IV
ELEMENTOS A FLEXIÓN COMPRESIÓN
PARTE 2



4.1 Introducción

Es útil recordar los aspectos esenciales que se abordaron en el capítulo anterior:

Ecuación de iteración del AISC-LRFD

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 1 H1-1 a del AISC}$$

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 2 H1-1b del AISC}$$

Pandeo local

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_y} \leq 0,125 \quad \lambda_p = \frac{640}{\sqrt{F_y}} \left(1 - \frac{2,75 P_u}{\phi_b P_y} \right) \quad \text{Ec. 101}$$

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_y} > 0,125 \quad \lambda_p = \frac{191}{\sqrt{F_y}} \left(2,33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{253}{\sqrt{F_y}} \quad \text{Ec. 102}$$

$$\text{Para cualquier valor de } \frac{P_u}{\phi_b P_y} \quad \lambda_r = \frac{970}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 0,74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \quad \text{Ec. 103}$$

Donde:

$P_y = A_g F_y$ es la carga axial requerida para alcanzar el estado límite de fluencia

Además, se estudió un aspecto importante el cual dará pie a esta actividad, la amplificación del momento. Este fenómeno se da en las vi-

gas-columnas debido a la presencia de la carga axial la cual produce momentos secundarios y, a menos que la carga axial sea relativamente pequeña, esos momentos adicionales deben tomarse en cuenta. El valor de momento amplificado se determina por la siguiente expresión:

$$M_{0max} \left[\frac{1}{1 - (P_u / P_e)} \right] \quad \text{Ec. 104}$$

Donde:

M₀: Momento máximo no amplificado. El cual se presenta por un desalineamiento inicial (excentricidad constructiva), o por las cargas transversales o momentos en los extremos.

$\left[\frac{1}{1 - (P_u / P_e)} \right]$: Factor de amplificación del momento

4.2 Pórticos arriostrados versus pórticos no arriostrados

Las especificaciones AISC tratan la amplificación del momento en el capítulo C sobre “Pórticos y otras estructuras”. Dos factores de amplificación se usan en el LRFD:

- Uno para tomar en cuenta la amplificación resultante por la deflexión del miembro (ver Figura 34a).
- Y otro para el efecto del desplazamiento lateral cuando el miembro es parte de un marco no arriostrado (ver Figura 34b).

Este enfoque es el mismo que el empleado en el Reglamento de Construcción del ACI para el concreto reforzado (ACI, 1995). La ilustración 34 ilustra esas dos componentes.

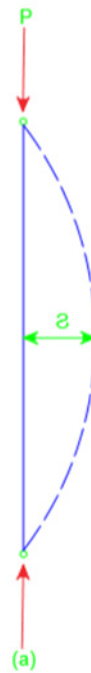


Ilustración 34. a) Amplificación resultante por la deflexión del miembro.



Ilustración 35. b) Desplazamiento lateral del miembro.

En la ilustración 34a, el miembro está restringido contra el desplazamiento lateral y el momento secundario máximo es $P\delta$, que se suma

al momento máximo dentro del miembro. Si el marco está realmente no arriostrado, hay un componente adicional del momento secundario mostrado en la figura 34b, que es causado por el desplazamiento lateral. Este momento secundario tiene un valor máximo de $P\Delta$, que representa una amplificación del momento de extremo.

Para aproximar esos dos efectos, se utilizan dos factores de amplificación B_1 y B_2 para los dos tipos de momentos. El momento amplificado por emplearse en el diseño se calcula con cargas y momentos factorizados como sigue (los subíndices x y y no se usan aquí; los momentos amplificados deben calcularse de la siguiente manera para cada eje respecto al cual haya momentos):

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{tl} \qquad \text{Ec. 105 C1-1 del AISC}$$

Donde:

M_{nt} = Momento máximo al suponer que no ocurre un desplazamiento lateral, esté el marco realmente arriostrado o no (el subíndice “nt” se refiere a “no traslación”).

M_{tl} = Momento máximo causado por desplazamiento lateral (el subíndice “tl” se refiere a “traslación lateral”). Este momento puede ser causado por las cargas laterales o por las cargas de gravedad no balanceadas.

Las cargas de gravedad pueden producir un desplazamiento lateral si el marco es asimétrico o si están asimétricamente colocadas. El Será cero si el marco está arriostrado.

B_1 = Factor de amplificación para los momentos que ocurren en el miembro cuando éste está arriostrado contra el desplazamiento lateral.

B_2 = Factor de amplificación para los momentos que resultan por desplazamiento lateral.

La forma de determinar los factores de amplificación B_1 y B_2 es dependiente del tipo de pórtico (arriostrado o no arriostrado). A continuación,



se presenta cómo se calculan estos parámetros.

4.3 Miembros en pórticos arriostrados

La figura 35 muestra un miembro de este tipo sometido a los momentos de extremo iguales que producen la flexión de curvatura simple (flexión que produce tensión o compresión en un lado en toda la longitud del miembro). La amplificación máxima del momento ocurre en el centro, donde la deflexión es máxima. Para momentos de extremo iguales, el momento es constante en toda la longitud del miembro, por lo que el momento primario máximo también ocurre en el centro. El momento secundario máximo y el momento primario máximo son entonces aditivos. Incluso, si los momentos de extremo no son iguales, en tanto que uno sea horario y el otro antihorario, habrá una flexión de curvatura simple y los momentos primario máximo y secundario máximo ocurrirán cerca uno del otro.

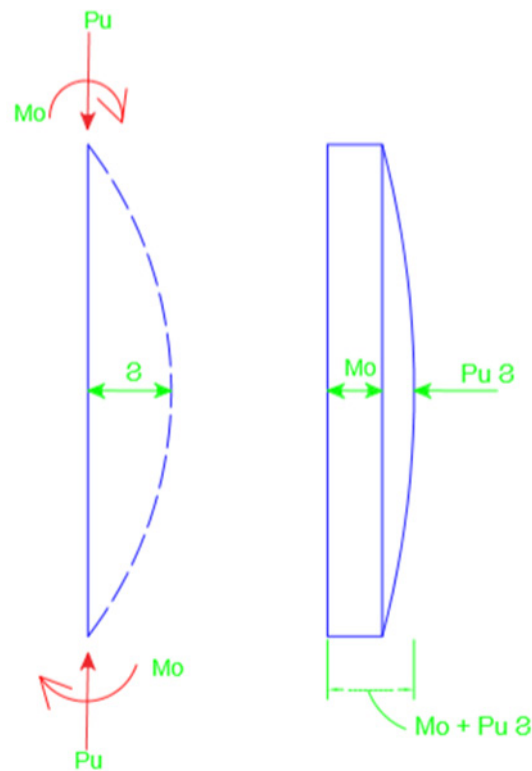


Ilustración 36. Miembro arriostrado contra un desplazamiento lateral sometido a los momentos de extremo iguales.

Este no es el caso si los momentos de extremo aplicados producen una flexión de curvatura doble, como se muestra en la ilustración 36. Aquí el momento primario máximo está en uno de los extremos y la ampliación máxima del momento ocurre entre los extremos. Al depender del valor de la carga axial P_u , el momento amplificado puede ser mayor o menor que el momento de extremo.

El momento máximo en una viga-columna depende, entonces, de la distribución del momento flexionante a lo largo del miembro. Esta distribución se toma en cuenta por medio de un factor C_m aplicado al factor de ampliación B_1 . El factor de ampliación dado por la expresión 6.4 fue obtenido para el peor caso, por lo que C_m nunca será mayor que 1,0. La forma final del factor de ampliación es:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_u / P_{e1})} \geq 1$$

$$P_{e1} = \frac{A_g F_y}{\lambda_c^2} = \frac{\pi^2 E A_g}{(KL/r)^2} \quad \text{Ec. 106 CI - 2 del AISC}$$

Donde:

Al calcular P_{e1} , use la KL/r para el eje de flexión y un factor de longitud efectiva K menor o igual a 1,0 (correspondiente a la condición arriostada).

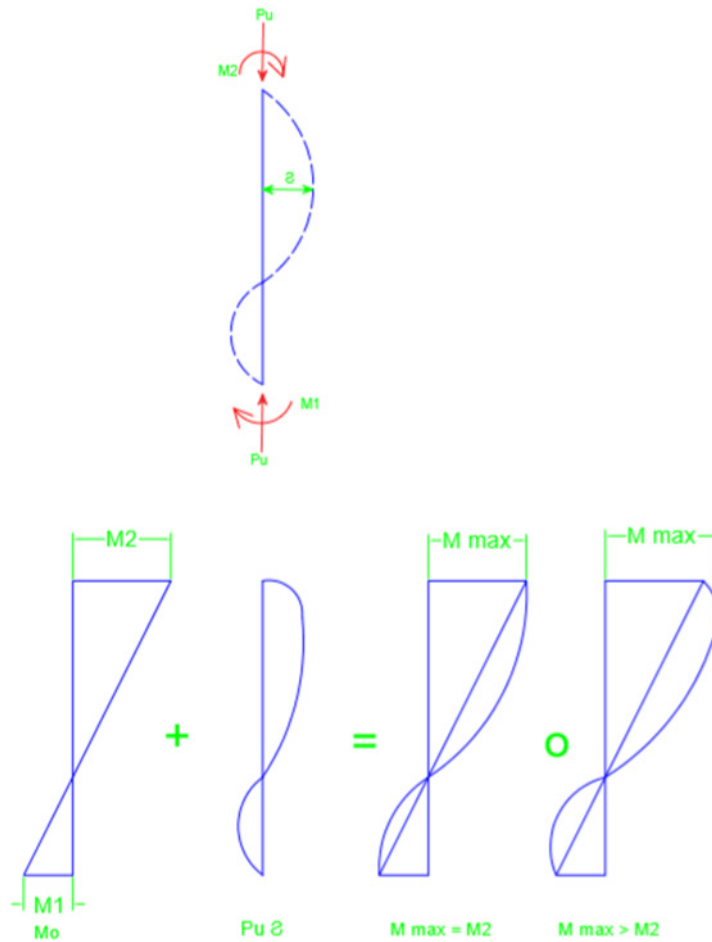


Ilustración 37. Momentos en los extremos aplicados producen una flexión de curvatura doble.

4.3.1 Determinación de C_m

El factor C_m se aplica solo a la condición arriostrada. Hay dos categorías de miembros, aquellos que poseen cargas transversales aplicadas entre los extremos y aquellos sin cargas transversales. La figura 37b y c ilustran esos dos casos (el miembro AB es la viga-columna bajo consideración).

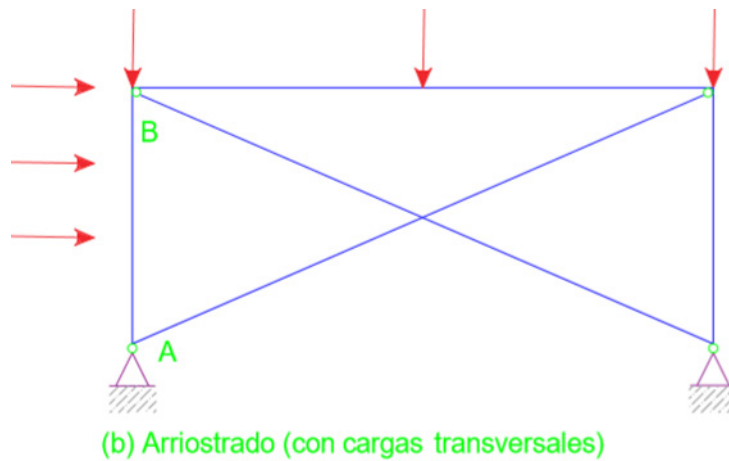


Ilustración 38. Miembros que poseen cargas transversales.

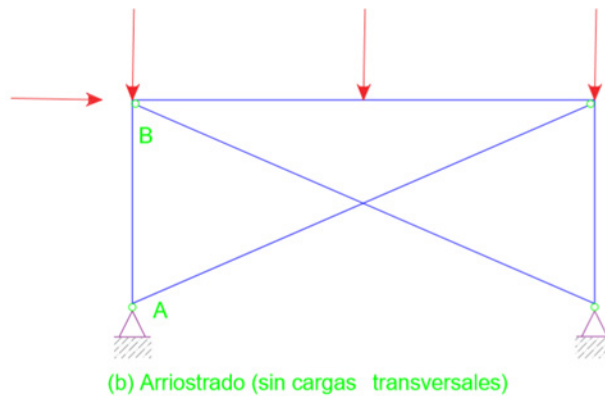


Ilustración 39. Miembros que no poseen cargas transversales.

Si no hay cargas transversales actuando sobre el miembro:

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad \text{Ec. 107 CI del AISC}$$

Es la razón de los momentos flexionante en los extremos del miembro. M_1 y M_2 son los momentos de extremo menor y mayor respectivamente en sus valores absolutos, la razón es positiva para los miembros flexionados en curvatura doble y negativa para flexión de curvatura simple (ilustración 40). La curvatura doble (razón positiva) ocurre cuando M_1 y M_2 son ambos horarios o ambos anti-horarios.

Para los miembros cargados transversalmente, C_m puede tomarse igual a 0,85, si los extremos están restringidos contra la rotación y a 1,0 si los extremos no están restringidos contra la rotación (articulados). La restricción de extremo resultará, por lo regular, de la rigidez de los miembros conectados a la viga-columna. La condición de extremo articulado es la empleada en la deducción del factor de amplificación; Por consiguiente, no hay reducción para este caso, que corresponde a $C_m = 1,0$. Aunque la condición real de extremo puede encontrarse entre la de empotramiento y la de articulación, el uso de uno de los dos valores dados aquí dará resultados satisfactorios

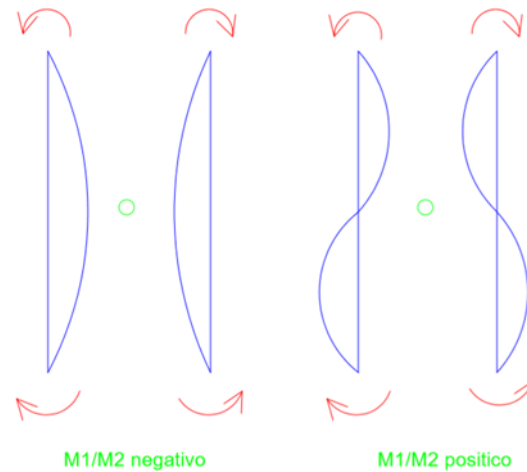


Ilustración 40. Momentos de extremo menor y mayor.

Un procedimiento más refinado para los miembros cargados transversalmente (el segundo caso) es proporcionado en la sección C1 de los Comentarios a las especificaciones.

El factor de reducción es:

$$C_m = 1 + \psi \frac{P_u}{P_{e1}} \quad \text{Ec. 108}$$

Para los miembros simplemente soportados,

$$\psi = \frac{\pi^2 \delta_0 EI}{M_0 L^2} - 1 \quad \text{Ec. 109}$$

Donde δ_0 es la deflexión máxima que resulta de la carga transversal y M_0 es el momento máximo entre los soportes que resulta de la carga transversal. El factor Ψ ha sido evaluado para varias situaciones comunes y está dado en la tabla C-C 1.1 de los Comentarios

Ejercicio:

El miembro mostrado en la figura 39 es parte de un marco arriostrado. La carga y los momentos se han calculado con cargas factorizadas y la flexión es con respecto al eje fué ¿Es adecuado este miembro en acero A572 grado 50? $K_x L = K_y L = 14$ pie.

Solución:

Determine cuál es la fórmula de interacción que debe usarse:

$$\frac{KL}{r} \text{ máxima} = \frac{K_y L}{r_y} = \frac{14(12)}{3,02} = 55,63 \quad \text{Ec. 110}$$

De la Tabla 3-50 del AISC, $\phi_c F_c = 33.89 \text{ksi}$, por lo que:

$$\phi_c P_n = A_g (\phi_c F_{cr}) = 19,1(33,89) = 647,4 \text{kips.} \quad \text{Ec. 111}$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{420}{647,4} = 0,6487 > 0,2: \text{ use la ecuación H1-1a del AISC.}$$

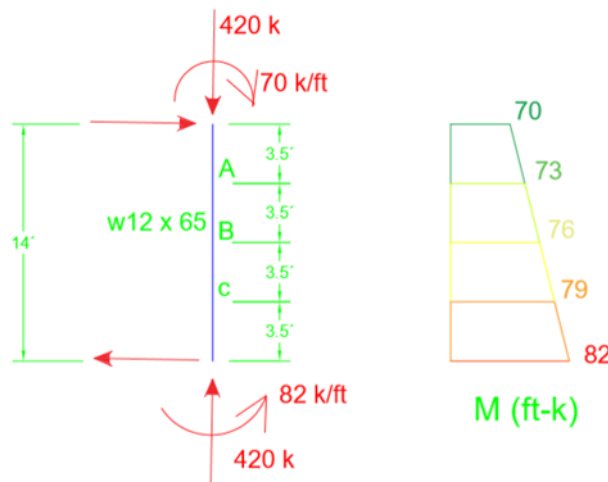


Ilustración 41. Parte de un marco arriostrado.

En el plano de flexión,

$$\frac{KL}{r} = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{14(12)}{5,28} = 31,82 \quad \text{Ec. 113}$$

$$P_{e1} = \frac{A_g F_y}{\lambda_c^2} = \frac{\pi^2 E A_g}{(K_x L / r_x)^2} = \frac{\pi^2 (29.000)(19,1)}{(31,82)^2} = 5.399 \text{ kips} \quad \text{Ec. 114}$$

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0,6 - 0,4 \left(-\frac{70}{82} \right) = 0,9415 \quad \text{Ec. 115}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_u / P_{e1})} = \frac{0,9415}{1 - (420 / 5.399)} = 1,021 \quad \text{Ec.116}$$

De las cartas para Diseño de vigas, con $C_b = 1,0$ y $L_b = 14$ ft, la resistencia por momento es:

$$\phi_b M_n = 347 \text{ ft} - \text{kips}$$

Para el valor real de C_b , refiérase al diagrama de momento.

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} = \frac{12,5(82)}{2,5(82) + 3(73) + 4(76) + 3(79)} = 1,06 \quad \text{EC.117}$$

$$\phi_b M_n = C_b (347) = 1,06(347) = 368 \text{ ft} - \text{kips}$$

Pero:

$$\phi_b M_p = 358 \text{ ft} - \text{kips} (\text{de las cartas}) < 368 \text{ ft} - \text{kips}$$

$$\therefore \text{Use } \phi_b M_n = 358 \text{ ft} - \text{kips}$$

Los momentos por carga factorizada son:

$$M_m = 82 \text{ ft} - \text{kips} \quad M_u = 0$$

De la ecuación C1-1 del AISC,

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{tl} = 1,021(82) + 0 = 83,72 \text{ ft-kips} = M_{ux} \quad \text{Ec. 118}$$

De la ecuación H1-1a del AISC,

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = 0,6487 + \frac{8}{9} \left(\frac{83,72}{358} \right) = 0,857 < 1,0 \quad (\text{Satisfactorio})$$

Respuesta:

Este miembro es satisfactorio.

4.4 Conclusiones

El momento amplificado por emplearse en el diseño se calcula con cargas y momentos factorizados como sigue (los subíndices x y y no se usan aquí; los momentos amplificados deben calcularse de la siguiente manera para cada eje respecto al cual haya momentos):

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{tl} \quad \text{Ec. 119 C1-1 del AISC}$$

Para el caso de pórticos arriostrado el término $B_2 M_{tl} = 0$ y B_1 se determina:

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad \text{Ec. 120 C1-3 del AISC}$$

Con estos valores de M_u amplificados es que se aplican en la ecuación de interacción:

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 121 H1-1a del AISC}$$

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 122 H1-1b del AISC}$$

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1^{RA} Edición

CAPÍTULO V
ELEMENTOS A FLEXIÓN COMPRESIÓN
PARTE 3



5.1 Introducción

Recordar los aspectos esenciales que se abordaron en la pasada conferencia

Ecuación de iteración del AISC-LRFD

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 123 H1-1a del AISC}$$

Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad \text{Ec. 124 H1-1b del AISC}$$

Columnas que forman parte de pórticos arriostrado

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{ul} \quad \text{Ec. 125 C1-1 del AISC}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_u / P_{e1})} \geq 1 \quad \text{Ec. 126 C1-2 del AISC}$$

Donde:

$$P_{e1} = \frac{A_g F_y}{\lambda_c^2} = \frac{\pi^2 E A_g}{(KL/r)^2} \quad \text{Ec. 127}$$

Al calcular P_{e1} , use la KL/r para el eje de flexión y un factor de longitud efectiva K menor o igual a 1,0 (correspondiente a la condición arriostrada).

a) **Si no hay cargas transversales actuando sobre el miembro:**

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad \text{Ec. 128}$$

M_1 / M_2 Es la razón de los momentos flexionantes en los extremos del

miembro. M_1 y M_2 son los momentos de extremo menor y mayor, respectivamente, en sus valores absolutos, la razón es positiva para los miembros flexionados en curvatura doble y negativa para flexión de curvatura simple. La curvatura doble (razón positiva) ocurre cuando M_1 y M_2 son ambos horarios o ambos anti-horarios.

a) Si hay cargas transversales actuando sobre el miembro:

Para los miembros cargados transversalmente, C_m puede tomarse igual a 0,85, si los extremos están restringidos contra la rotación y a 1,0 si los extremos no están restringidos contra la rotación (articulados). La restricción de extremo resultará, por lo regular, de la rigidez de los miembros conectados a la viga-columna. La condición de extremo articulado es la empleada en la deducción del factor de amplificación; por consiguiente, no hay reducción para este caso, que corresponde a $C_m = 1,0$. Aunque la condición real de extremo puede encontrarse entre la de empotramiento y la de articulación, el uso de uno de los dos valores dados aquí dará resultados satisfactorios.

5.2 Miembros en pórticos no arriostrados

El momento amplificado por emplearse en el diseño se calcula con cargas y momentos factorizados como sigue (los subíndices x y y no se usan aquí; los momentos amplificados deben calcularse de la siguiente manera para cada eje respecto al cual haya momentos):

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \qquad \text{Ec.129 C1-1 del AISC}$$

En una viga-columna cuyos extremos tienen libertad de trasladarse, el momento primario máximo resultante del desplazamiento lateral está casi siempre en un extremo. Como se ilustró en la figura 40, el momento secundario máximo por el desplazamiento lateral es siempre en el extremo. Como consecuencia de esta condición, los momentos máximos primario y secundario son, por lo regular, aditivos y no se requiere el factor C_m ; en efecto, $C_m = 1,0$. Aun cuando se tenga una reducción, ésta será pequeña y podrá despreciarse. Considere la viga-columna mostrada en la figura 40. Aquí, los momentos iguales de extremo son

causados por el desplazamiento lateral (por la carga horizontal). La carga axial, que resulta parcialmente de cargas que no causan desplazamiento lateral, es transmitida y amplifica el momento de extremo.

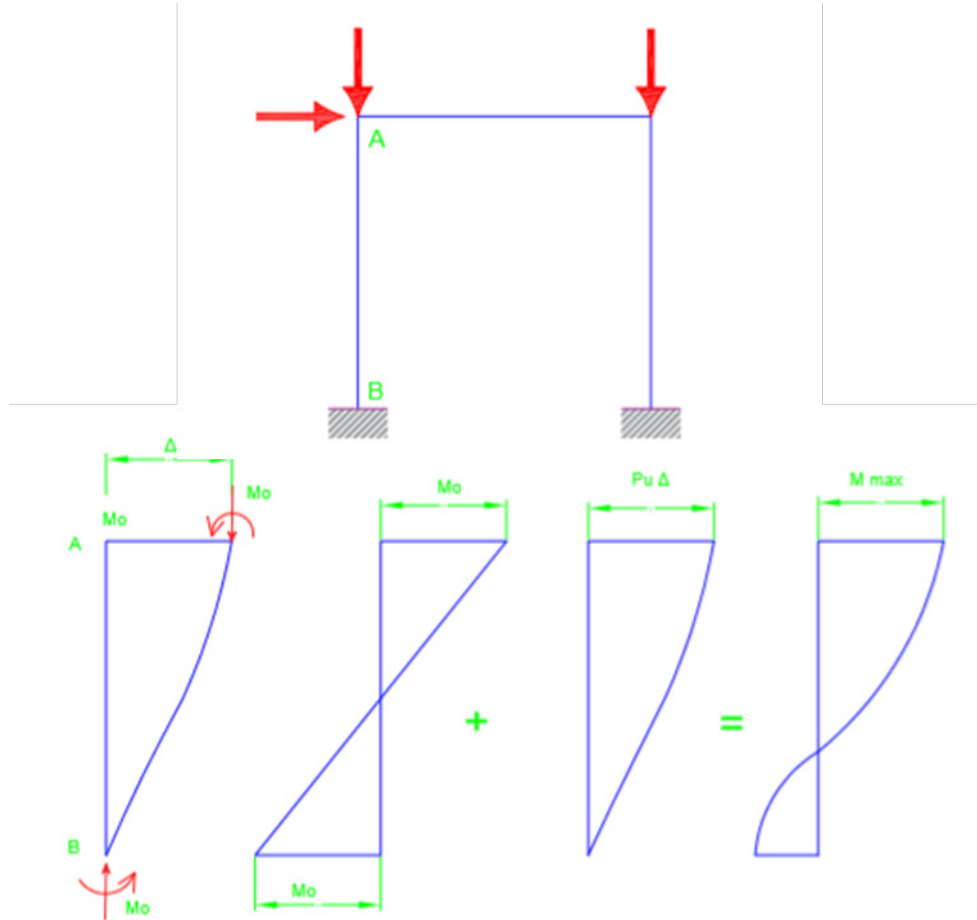


Ilustración 42. Momentos iguales de extremo son causados por el desplazamiento lateral.

El factor de amplificación B_2 para los momentos por desplazamiento lateral, es dado por dos ecuaciones. Cualquiera de ellas puede usarse; la selección es por conveniencia.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u \cdot (\Delta_{oh} / \sum H \cdot L)}{\left(\frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}} \right)}}$$

Ec. 130 C1-4 del AISC

Ec. 131 C1-5 del AISC

Donde:

ΣP_u : Suma de las cargas factorizadas sobre todas las columnas en el piso bajo consideración.

Δ_{oh} : Ladeo (desplazamiento lateral) del piso bajo consideración.

ΣH : Suma de todas las fuerzas horizontales que causan Δ_{oh}

L: altura del piso

ΣP_{e2} : Suma de las cargas de Euler para todas las columnas en el piso (al calcular P_{e2} , use KL/r para el eje de flexión y un valor de K correspondiente a la condición no arriostrada).

Aspectos importantes a destacar de estas expresiones:

- Las sumas para P_u y P_{e2} son sobre todas las columnas del mismo piso de la columna en análisis, esto se debe a que, si va a ocurrir el desplazamiento lateral, todas las columnas del piso deben desplazarse simultáneamente.
- En la mayoría de los casos, la estructura se modela en 2D (pórticos planos) por lo que ΣP_u y ΣP_{e2} son para las columnas de un piso del pórtico, y las cargas laterales H serán las que actúan sobre el pórtico y encima del piso en análisis.
- Como Δ_{oh} es causado por ΣH , la razón $\Delta_{oh}/\Sigma H$ puede calcularse con las cargas normativas o factorizadas indistintamente.
- Ambas ecuaciones arrojan resultados similares, por tanto, en estas asignaturas se utilizará la ecuación C1-5 del AISC, por su sencillez y por el nivel de información que se maneja normalmente a la hora del diseño o revisión de una columna.

La ilustración 42a señala el concepto de superposición utilizado para obtener la ecuación C1-1 del AISC. La ilustración 43a muestra un pórtico no arriostrado sometidos a cargas gravitatorias (naturaleza muerta o viva) y horizontales (producto a viento extremo o sismo).

El momento M_{nt} en el miembro AB se calcula al emplear solo las cargas de gravedad. Debido a la simetría, no es necesario ningún arriostramiento para prevenir el desplazamiento lateral por esas cargas. Este

momento se amplifica con el factor B_1 para tomar en cuenta el efecto Pd.

El momento trasladado (M_{ti}) es el momento correspondiente al desplazamiento lateral (causado por la carga horizontal H), será amplificado por B_2 para tomar en cuenta el efecto PD.

En la figura 41b, el marco no arriostrado soporta sólo una carga vertical. Debido a la colocación asimétrica de esta carga, habrá una pequeña cantidad de desplazamiento lateral. El momento M_{nt} se calcula al considerar que el marco está arriostrado, en este caso, por un soporte horizontal ficticio; la reacción correspondiente se llama restricción artificial de nudo (RAN).

Para calcular el momento por un desplazamiento lateral, se retira el soporte ficticio y una fuerza igual a la restricción artificial de nudo, pero opuesta en sentido, se aplica al pórtico. En casos como éste, el momento secundario PD será muy pequeño y M_{ti} puede ser despreciado.

Si se tienen presentes las cargas laterales y de gravedad asimétricas, la fuerza RAN debe agregarse a las cargas laterales reales cuando se calcula M_{ti}

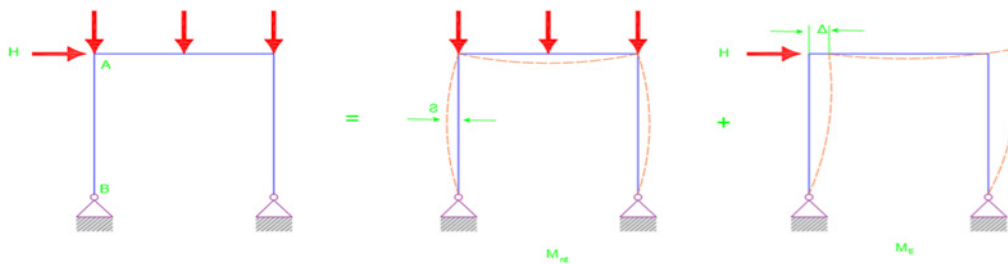


Ilustración 43. Pórtico no arriostrado sometidos a cargas gravitatorias.

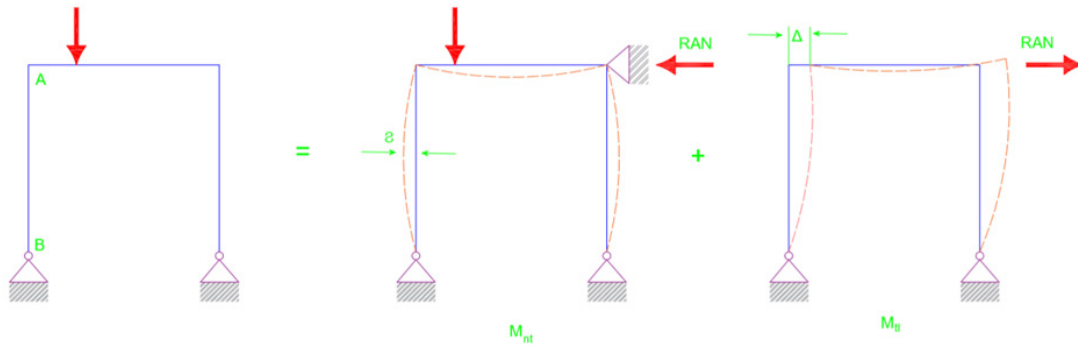


Ilustración 44. Marco no arriostrado soporta solo una carga vertical.

Este miembro satisface los requisitos de las especificaciones AISC.

5.3 Conclusiones

Resaltar las particularidades en la metodología de diseño para el caso de columnas que forman parte de un marco no arriostrado, donde:

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{ul} \quad \text{Ec. 132 C1-1 del AISC}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \cdot (\Delta_{oh} / \sum H \cdot L)} \quad \text{Ec. 133 C1-4 del AISC}$$

Donde:

$\sum P_u$: Suma de las cargas factorizadas sobre todas las columnas en el piso bajo consideración.

Δ_{oh} : Ladeo (desplazamiento lateral) del piso bajo consideración.

$\sum H$: Suma de todas las fuerzas horizontales que causan Δ_{oh}

L: altura del piso

$\sum P_{e2}$: Suma de las cargas de Euler para todas las columnas en el piso (al calcular P_{e2} , use KL/r para el eje de flexión y un valor de K correspondiente a la condición no arriostrada).

Ejemplo:

Un perfil W12x65 de acero A572 grado 50, de 15 ft de longitud, debe investigarse para su uso como columna en un marco no arriostrado. La carga axial y los momentos de extremo obtenidos de un análisis

de primer orden de las cargas de gravedad (carga muerta y carga viva) se muestra en la ilustración 43a. El marco es simétrico y las cargas de gravedad están simétricamente colocadas. La ilustración 44b representa los momentos por viento obtenidos de un análisis de primer orden. Todos los momentos flexionantes son respecto al eje fuerte. Los factores de longitud son $K_x=1,0$ para el caso sin ladeo y $K_y=1,0$. Determine si el miembro cumple las especificaciones del AISC.

Solución. Todas las combinaciones de cargas dadas en la sección A4.1 del AISC implican a la carga muerta y excepto por la primera, todas las combinaciones implican también a la carga viva o a la carga de viento o a ambas. Si los tipos de carga no presentes en este ejemplo (como E, L, S y R) se omiten, las condiciones de carga pueden resumirse como:

- A4.1 1,4D
- A4.2 1,2D + 1,6L
- A4.3 1,2D + (0,5L o 0,8W)
- A4.4 1,2D + 1,3W + 0,5L
- A4.5 1,2D + 0,5L
- A4.6 0,9D ± 1,3W

La carga muerta es menor que ocho veces la carga viva, por lo que la combinación (A4-1) puede excluirse. La combinación (A4-4) será más crítica que la (A4-3) por lo que la (A4-3) puede eliminarse. La combinación (A4-5) puede eliminarse porque ella será menos crítica que la (A4-2). Finalmente, la combinación (A4-6) no será tan crítica como la (A4-5), puede no considerarse, quedando sólo la (A4-2) y la (A4-4)

- 1,2D + 1,6L**
- 1,2D + 1,3W + 0,5L**

La ilustración 43 muestra las cargas críticas y los momentos flectores calculados para dos combinaciones. Determine el eje crítico para la resistencia por compresión axial:

$$K_y L = 15 \text{ ft} \quad \frac{K_x L}{r_x / r_y} = \frac{1,2(15)}{1,75} = 10,29 \text{ ft} < 15 \text{ ft} \quad \text{use } KL=15 \text{ ft}$$

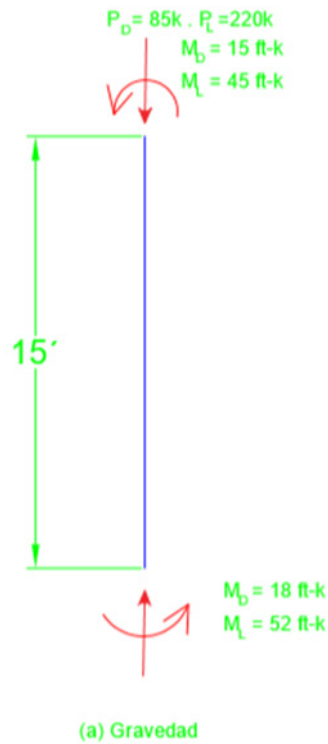


Ilustración 45. Carga axial y los momentos de extremo obtenidos de un análisis de primer orden de las cargas de gravedad.



Ilustración 46. Momentos por viento obtenidos de un análisis de primer orden.

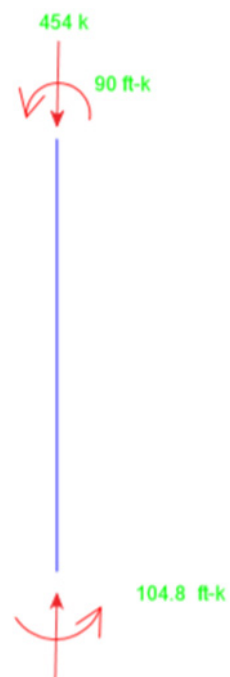


Ilustración 47. Cargas críticas y los momentos flectores calculados para dos combinaciones.

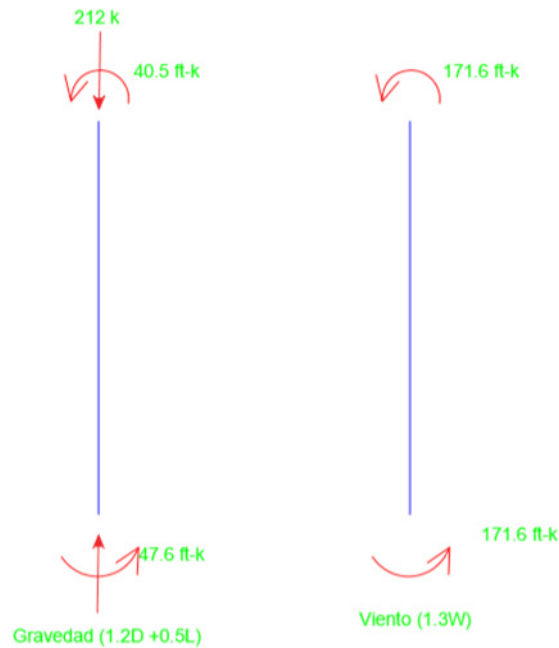


Ilustración 48. Combinación de carga.

De las tablas de cargas para columnas, con $KL = 15$ ft, $\phi P_n = 626$ kips. Para la condición de carga (A4-2), $P_u = 454$ kips, $M_{nt} = 104,8$ ft-kips y $M_{1l} = 0$ (debido a la simetría, no hay momentos por desplazamiento lateral). El factor de flexión es:

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0,6 - 0,4 \left(\frac{90}{104,8} \right) = 0,2565 \quad \text{Ec. 135}$$

Por el eje de flexión,

$$\frac{KL}{r} = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{1,0(15)(12)}{5,28} = 34,09 \quad \text{Ec. 136}$$

Este caso no implica un desplazamiento lateral, por lo que se usa K_x para la condición arriostrada.

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EA_g}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29.000)(19,1)}{(34,09)^2} = 4.704 \text{ kips} \quad \text{Ec.137}$$

El factor de amplificación para momentos sin desplazamiento lateral es:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_u / P_{e1})} = \frac{0,2595}{1 - (454 / 4.704)} = 0,284 < 1,0 \text{ Por tanto, se usa } B_1 = 1,0$$

$$M_u = B_1 M_{m1} + B_2 M_{m2} = 1,0(104,8) + 0 = 104,8 \text{ ft} - \text{kips} \quad \text{Ec. 138}$$

De las cartas de diseño para vigas, con $L_b = 15 \text{ ft}$

$$\Phi_b M_n = 343 \text{ ft} - \text{kips} \text{ Para } C_b = 1,0$$

$$\Phi_b M_p = 358 \text{ ft} - \text{kips}$$

La ilustración 49 muestra el diagrama de momento flexionante para los momentos por carga de gravedad (el cálculo de C_b se basa en valores absolutos, por lo que no es necesaria una convención de signos para el diagrama). Por esto:

Ec. 139

$$C_b = \frac{1.25M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} = \frac{12.5(104.8)}{2.5(104.8) + 3(41.30) + 4(7.40) + 3(56.10)} = 2.24$$

Para $C_b = 2,24$

$$\Phi_b M_n = 2.24(343) > \Phi_b M_p = 358 \text{kips} \text{ Por tanto, use: } \Phi_b M_n = 358 \text{ ft} - \text{kips}$$

Determine la ecuación de interpolación apropiada:

$$\frac{P_u}{\Phi_c P_n} = \frac{454}{626} = 0,7252 > 0,2 \text{ Por tanto, use H1-1a de la AISC.}$$

Ec. 140

$$\frac{P_u}{\Phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\Phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\Phi_b M_{ny}} \right) = 0,7252 + \frac{8}{9} \left(\frac{104,8}{358} + 0 \right) = 0,985 < 1,0 \text{ Satisfactorio}$$

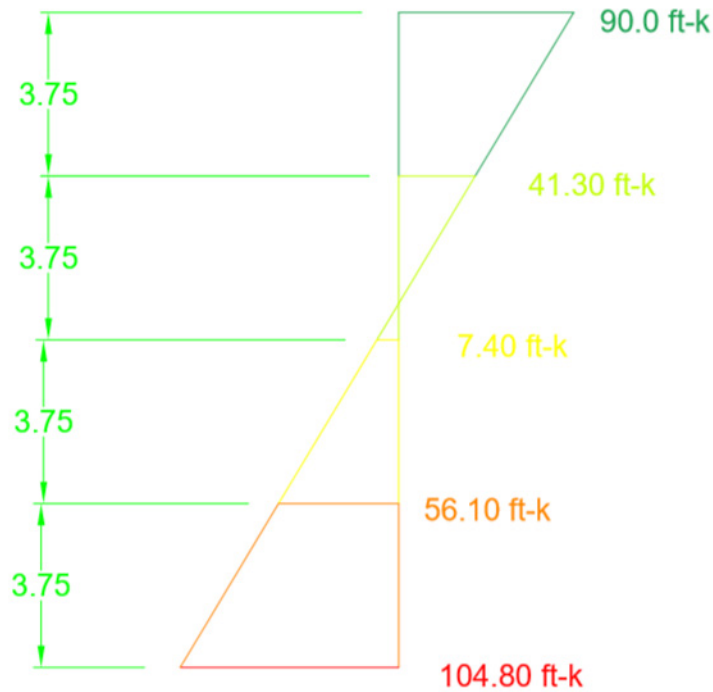


Ilustración 49. Diagrama de momento flexionante para los momentos por carga de gravedad.

Para la condición de carga A4-4, $P_u=212$ kips, $M_{nt}=47,6$ ft-kips y $M_{t1}=171,6$ ft-kips. Para la condición arriostrada,

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0,6 - 0,4 \left(\frac{40,5}{47,6} \right) = 0,2597 \quad \text{Ec. 141}$$

$P_{e1} = 4704$ kips (P_{e1} es independiente de la condición de carga)

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_u / P_{e1})} = \frac{0,2597}{1 - (212 / 4.704)} = 0,272 < 1,0 \quad \text{Ec. 142}$$

Por tanto, se usa $B_1 = 1.0$

No se tiene suficientes datos para calcular exactamente el factor de amplificación B_2 para los momentos con desplazamiento lateral, ni con la ecuación C1-4 ni con la C1-5 de la AISC. Si suponemos que la razón de la carga axial aplicada a la capacidad de carga es la misma para todas las columnas en el piso que para la columna en consideración podemos usar la ecuación C1-5:



$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (\Sigma P_u / \Sigma P_{e2})} \approx \frac{1}{1 - (P_u / P_{e2})} \quad \text{Ec. 143}$$

Para P_{e2} , use la K_x correspondiente a la condición no arriostrada:

$$\frac{KL}{r} = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{1,2(15)(12)}{5,28} = 40,91$$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EA_g}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29.000)(19,1)}{(40,91)^2} = 3.266 \text{ kips} \quad \text{Ec.144}$$

De la ecuación C1-5 del AISC

$$B_2 \approx \frac{1}{1 - (P_u / P_{e2})} = \frac{1}{1 - \left(\frac{212}{3.266}\right)} = 1,069 \quad \text{Ec. 145}$$

El momento total amplificado es:

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{t1} = 1,0(47,6) + 1,069(171,6) = 231,0 \text{ ft-kips} \quad \text{Ec. 146}$$

Aunque los momentos M_{nt} y M_{t1} son diferentes, ellos están similarmente distribuidos y C_b será aproximadamente el mismo; en todo caso, ellos son lo suficientemente grandes como para que $\Phi_b M_p = 358 \text{ ft-kips}$ sea el momento de diseño, independientemente de qué momento se considere:

$$\frac{P_u}{\Phi_c P_n} = \frac{212}{626} = 0,3387 > 0,2 \text{ Por tanto, use H1-1a de la AISC}$$

$$\frac{P_u}{\Phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\Phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\Phi_b M_{ny}} \right) = 0,3387 + \frac{8}{9} \left(\frac{231,0}{358} + 0 \right) = 0,912 < 1,0 \quad \text{Ec. 147}$$

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL

1ª Edición

BIBLIOGRAFÍA





1. Bowels, J. E. (1993). Diseño de acero estructural. McGraw-Hill.
2. (Hernández, A. N. Diseño de estructuras de acero según el código AISC.
3. Mujanov, K. K. (1986). Construcciones metálicas.
4. Normas de cálculo de acero NC-53-94:83.
5. Segui, W. T. Diseño de estructuras de acero con LRFD. 2.a edición.

Fundamentos del diseño en
ACERO ESTRUCTURAL
1ª Edición



Publicado en Ecuador
Marzo del 2022

Edición realizada desde el mes de noviembre del 2021 hasta febrero del año 2022, en los talleres Editoriales de MAWIL publicaciones impresas y digitales de la ciudad de Quito

Quito – Ecuador

Tiraje 150, Ejemplares, A5, 4 colores; Offset MBO
Tipografía: Helvetica LT Std; Bebas Neue; Times New Roman; en tipo fuente.