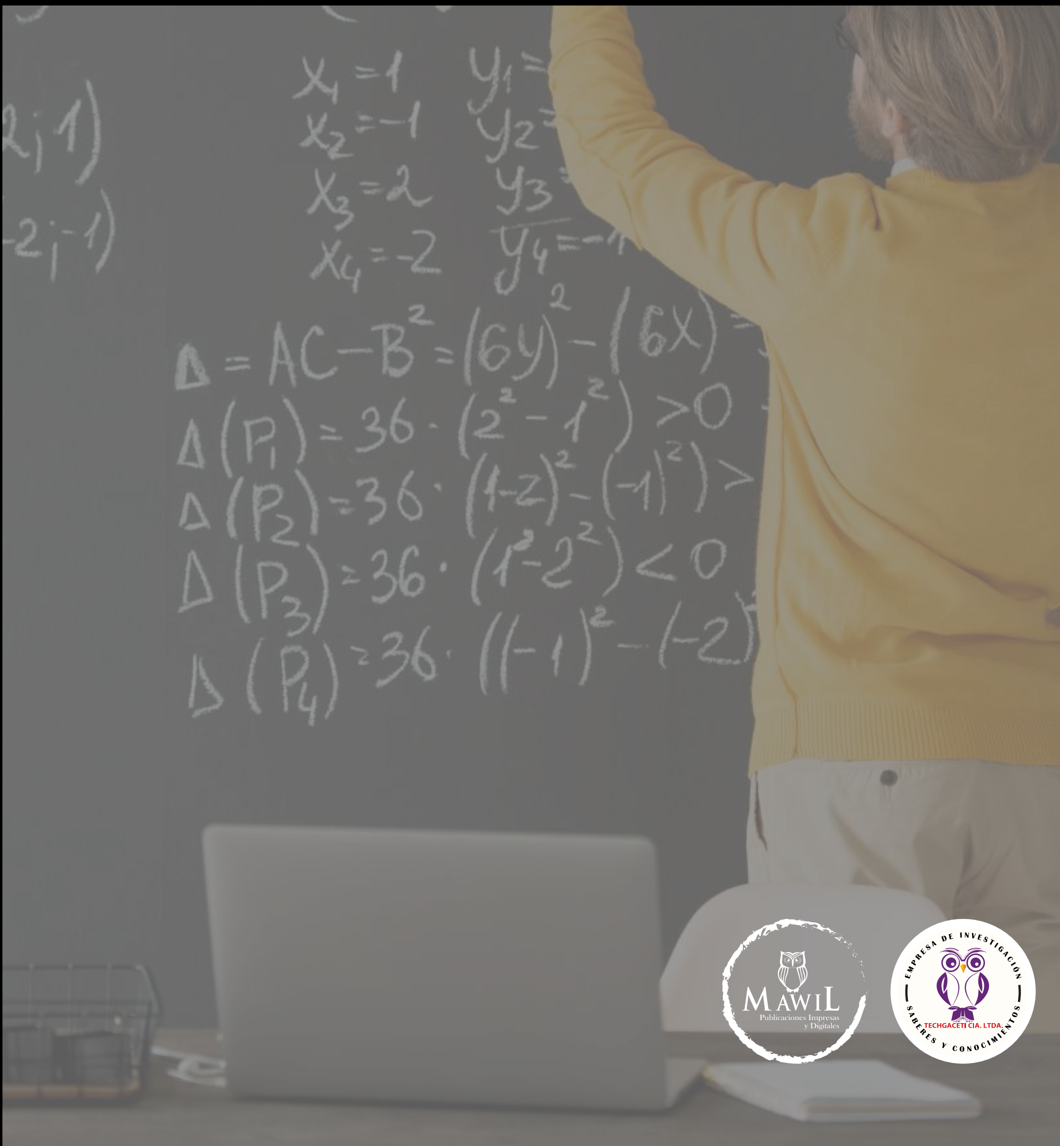
eBook

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR
para el ingreso en la ENSEÑANZA SUPERIOR

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR PARA EL INGRESO EN LA ENSEÑANZA SUPERIOR



MAWIL Publicaciones Impresas y Digitales

EMPRESA DE INVESTIGACIÓN SABERES Y CONOCIMIENTOS
TECHGACETI CIA. LTDA.

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR
para el ingreso en la ENSEÑANZA SUPERIOR

Ignacio Estévez Valdés

Pedro Roberto Valdés Tamayo

Raquel Vera Velázquez

Mónica Virginia Tapia Zúñiga

Alberto Rodriguez Rodríguez

Vanessa Mariuxi García Macías

Autores Investigadores

MAWIL
Publicaciones Impresas y Digitales

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR *para el ingreso en la* ENSEÑANZA SUPERIOR

AUTORES
INVESTIGADORES

Ignacio Estévez Valdés
Profesor de Matemática;
Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
ignacioestevez57@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-8143-8466

Pedro Roberto Valdés Tamayo
Licenciado en Matemática;
Doctor en Ciencias Pedagógicas;
Docente de la Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
pvaldestamayo@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-7264-0440

Raquel Vera Velázquez
Docente investigador de la Carrera de Ingeniería Agropecuaria;
Facultad de Ciencias Naturales y de la Agricultura;
Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa; Ecuador
vera-raquel@unesum.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-5071-7523

Mónica Virginia Tapia Zúñiga
Ingeniero Forestal;
Facultad de Ciencias Naturales y de la Agricultura;
Carrera de Ingeniería Forestal y Agropecuaria;
Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
monicatapia@unesum.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-5591-3603

Alberto Rodriguez Rodríguez
Doctor en Ciencias Pedagógicas;
Doctorando en Docencia e Investigación;
Magíster en Ciencias de la Educación;
Licenciado en Matemáticas;
Docente de la carrera de Educación de la
Facultad de Ciencias Sociales;
Humanísticas y de la Educación de la
Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
https://orcid.org/0000-0002-1238-0106

Vanessa Mariuxi García Macías
Magíster en Lengua Inglesa;
Doctorante en Ciencias Pedagógicas;
Licenciada en Ciencias de la Educación;
Universidad Estatal del Sur de Manabí;
Jipijapa, Ecuador
valuna50@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0001-6528-468X

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR
para el ingreso en la ENSEÑANZA SUPERIOR

REVISORES
ACADÉMICOS

Edwin Dimitri Nieto Guerrero
Máster Ingeniero de la Industria Textil;
Universidad Central del Ecuador;
Quito, Ecuador;
ednieto@uce.edu.ec
https://orcid.org/0009-0000-8819-3393

Eduardo Lázaro Rodríguez Rodríguez
Master en Ciencias Físicas;
Licenciado en Física;
Universidad Central del Ecuador;
Quito, Ecuador;
elrodriguez@uce.edu.ec;
https://orcid.org/0000-0001-8285-5325

CATALOGACIÓN **BIBLIOGRÁFICA**

AUTORES:
Ignacio Estévez Valdés
Pedro Roberto Valdés Tamayo
Raquel Vera Velázquez
Mónica Virginia Tapia Zúñiga
Alberto Rodriguez Rodríguez
Vanessa Mariuxi García Macías

Título: Matemática básica preliminar para el ingreso en la enseñanza superior
Descriptores: Administración pública; Impuesto sobre la renta; Tributación; Política fiscal; Finanzas y comercio
Código UNESCO: 12 Matemáticas
Clasificación Decimal Dewey/Cutter: 510/ Es859
Área: Ciencias Aplicadas
Edición: 1era
ISBN: 978-9942-622-91-4
Editorial: Mawil Publicaciones de Ecuador, 2024
Ciudad, País: Quito, Ecuador
Formato: 148 x 210 mm.
Páginas: 105
DOI: https://doi.org/10.26820/978-9942-622-91-4
URL: https://mawil.us/repositorio/index.php/academico/catalog/book/118

Texto para docentes y estudiantes universitarios
El proyecto didáctico **Matemática básica preliminar para el ingreso en la enseñanza superior,** es una obra colectiva escrita por varios autores y publicada por MAWIL; publicación revisada por el equipo profesional y editorial siguiendo los lineamientos y estructuras establecidos por el departamento de publicaciones de MAWIL de New Jersey.

Director Académico: PhD. Lenin Suasnabas Pacheco
Dirección Central MAWIL: Office 18 Center Avenue Caldwell; New Jersey # 07006
Gerencia Editorial MAWIL-Ecuador: Mg. Vanessa Pamela Quishpe Morocho
Direción de corrección: Mg. Ayamara Galanton.
Editor de Arte y Diseño: Leslie Letizia Plua Proaño
Corrector de estilo: Lic. Marcelo Acuña Cifuentes

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR

para el ingreso en la ENSEÑANZA SUPERIOR

Índices

Contenidos

MAWIL
Publicaciones Impresas
y Digitales

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR
para el ingreso en la ENSEÑANZA SUPERIOR

Prólogo

MAWIL
Publicaciones Impresas
y Digitales

El material que hemos confeccionado, está dirigido a los estudiantes que tienen aspiraciones a efectuar estudios universitarios sobre todo, en el campo de las ciencias básicas o las ingeniería, se trata de plantear una serie de ejercicios con un cierto grado de dificultad que de alguna manera aseguren un adecuado nivel de partida para el ingreso en la educación superior, el libro responde a la experiencia de los autores al trabajar en la docencia y percatarse de ciertas debilidades que presentan los estudiantes egresado del bachillerato en los cursos de matemática superior.

Se tratan seis bloques de ejercicios, setenta y siete en total, con más de setecientos ochenta literales relativos a unidades relacionadas con teoría de conjunto, dominios numéricos, funciones de una variable real, geometría plana, geometría del espacio y un pequeño grupo de problemas facultativos o con cierto grado de complejidad, los cuales, integran contenido tratados en las unidades antes descritas. En cada componente de contenido, se hace una presentación teórica de las principales definiciones, teoremas y modelos que, a juicio de los autores, dotan al estudiante de las herramientas teóricas para abordar cada problema presentado. Los ejercicios propuestos siguiendo un orden de complejidad en esta edición no presentan la respuesta, solo se presentan las respuestas de los ejercicios facultativos, debido al alto grado de complejidad de los mismos, que son presentados, con el interés de atender diferencias individuales relativas a estudiantes aventajados e interesados en profundizar la materia, vía solución de problemas integradores, no obstante, en próxima edición publicaremos el solucionario de todos los problemas propuestos, en este texto.

Introducción

MAWIL
Publicaciones Impresas y Digitales

La Matemática es de las ciencias más antiguas, nacidas en la aurora de la civilización humana, bajo la influencia de las crecientes necesidades prácticas, sociales, científicas y tecnológicas. La educación en la actualidad, dirigida al logro de competencias genéricas y específicas, enfrenta a la comunidad científica (matemáticos, psicólogos, pedagogos y educadores matemáticos, entre otros) a complejas interrogantes: ¿Para quién se enseña Matemática? ¿Qué Matemática enseñar?, ¿Cómo enseñar Matemática? ¿Cómo aprender Matemática? Al intentar dar respuesta a las interrogantes presentadas, aparece la dicotomía: contextualizar la Matemática sin que su carácter lógico-abstracto, de generalización y su rigor se debiliten. A lo anterior se une la diversidad de los estudiantes que comienzan sus estudios en diferentes instituciones, relativo a: procedencia social, características del nivel de la enseñanza precedente; esto define dos planos de dificultades: el de los alumnos, porque no es posible garantizarles ciertos parámetros comunes para su formación; y el de los docentes porque se les dificulta el intercambio y la comunicación de experiencias pedagógicas (A. R. Rodríguez et al., 2019).

Se ha considerado que la enseñanza de la matemática impartida en las diferentes instituciones escolares debe constituir parte de la formación integral del ser humano, la cual debe impartirse desde temprana edad. Una finalidad esencial de la enseñanza de la matemática es permitir al estudiante apropiarse del conocimiento matemático, así como pensar con mayor frecuencia matemáticamente sobre todo en situaciones de la vida real. La complejidad de la enseñanza de la matemática requiere necesariamente la formación didáctica y metodología de los docentes. En tal sentido, de acuerdo con Mora (2003a, citado por Mora et al., 2018), la enseñanza de las matemáticas tiene que tomar en cuenta, aspectos como: (a) el significado de la enseñanza de la matemática, (b) etapas básicas del proceso de enseñanza de la matemática y (c) la enseñanza de métodos y contenidos matemáticos específicos.

Diversos estudios señalan que, en varios países de Latinoamérica, las deficiencias en el área de matemáticas que muestran la mayoría de los estudiantes de bachillerato son preocupantes. Esto significa que un alto porcentaje de aspirantes a ingresar a las universidades no cuentan con las competencias necesarias para tener éxito en el primer curso de matemáticas al que deben enfrentarse. En consecuencia, algunos jóvenes dispuestos a estudiar alguna carrera en áreas STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas [STEM], por sus siglas en inglés) se desmotivan al reconocer su débil formación en matemáticas básicas y deciden abandonar sus estudios o, en el mejor de los casos, trasladarse a otras carreras no científicas (Ortiz et al., 2023).

A pesar de la relevancia que tiene la Matemática, en el nivel universitario es frecuente observar que algunos estudiantes lejos de disfrutar del conocimiento matemático, llegan a sentir rechazo o miedo cuando necesitan aprender los contenidos de esta ciencia, a través de las diferentes asignaturas matemáticas que reciben en el nivel universitario. Esta situación está relacionada en parte porque el aprendizaje significativo y desarrollador de los contenidos matemáticos exige de un elevado esfuerzo intelectual, que muchas veces solo es posible lograrlo cuando el estudiante tiene suficiente motivación por el aprendizaje de estos contenidos matemáticos y posee las herramientas pertinentes para autogestionar su conocimiento desde un ambiente de aprendizaje idóneo (Sánchez Quispe et al., 2023).

El texto ha sido estructurado de la siguiente manera: **1. Teoría de los conjuntos**, que es una de las ramas fundamentales de las matemáticas que estudia las propiedades y relaciones de los conjuntos. **2. Dominios numéricos.** En este apartado se agruparon los números en base a sus características y propiedades a saber (naturales, enteros, racionales, irracionales y reales). **3. Trabajo con variables**. En este epígrafe se repasaron algunos conceptos y propiedades sobre el trabajo con variables, tomando como punto de partida el estudio de las operaciones con polinomios, los productos notables y la descomposición factorial. **4. Estudio sobre las funciones.** Se describieron las formas de definir una función (Verbal, Numérica, Visual, Algebraica). Resumen de funciones básicas. **5. Geometría plana**. Teorema de las transversales. **6. Geometría del espacio**. Con sus postulados y teoremas.

Hay que destacar que cada apartado viene con una serie de ejercicios propuestos por los autores, que son un abreboca importante para lo que se van a enfrentar los estudiantes que aspiran a ingresar a la educación superior y que responden a sus experiencias como docentes del área de estudio.

Elementos de la Teoría de Conjunto

Desde muy temprana edad se tiene la idea o noción de conjunto como un grupo de objetos, los cuales denotamos generalmente con letras mayúsculas del alfabeto latino, y para denotar los elementos que lo forman, empleamos letras minúsculas.

Ejemplo: $A = \{a, b, c\}$

Los conjuntos se expresan de diferentes formas:

Describiendo las características y propiedades más generales de sus elementos (forma descriptiva):

- Con palabras.
- Con símbolos (forma constructiva).
- Expresando cada uno de sus elementos (por extensión):
- Con palabras.
- Con símbolos (notación tabular).

Graficándolos mediante los llamados diagramas de Euler – Venn.

A continuación, presentamos diferentes formas de escribir un conjunto.

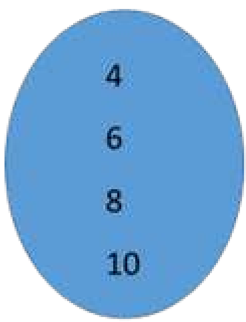
A: Conjunto formado por los números naturales pares, menores que 12 y mayores que 3 (forma descriptiva)

$A = \{n \in \mathbb{N}\mathbb{N}\textbf{:}\ n \text{ es par y } 3 < n < 12\}$ (notación constructiva)

A: Conjunto formado por el 4, el 6, el 8 y el 10 (por extensión)

$A = \{4, 6, 8, 10\}$ (notación tabular)

Representación mediante diagrama de Venn.



Se debe recordar también que existen conjuntos finitos e infinitos, por ejemplo:

a) Conjunto D formado por los divisores de 12. (Finito)

b) Conjunto P de todos los puntos de una recta. (Infinito)

También se pueden establecer, relaciones de pertenencia y de inclusión en los conjuntos.

La relación de pertenencia es la que se establece entre elementos y conjuntos y se utilizan los símbolos ∈∈ (pertenece) ∉∉ y (no pertenece), y la de inclusión es la que se establece entre conjuntos y se utilizan los símbolos ⊂ (subconjunto) y ⊄ (no subconjunto)

Por ejemplo:

1. Sea el conjunto V $= \{a, e, i, o, u\}$

Se puede decir que $a \in V$; $o \in V$; $m \notin V$; $q \notin V$.

2. Sean los conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 6, 12} B = {1, 2, 4} y C = {1, 2, 4, 8}; entonces se pueden establecer, entre otras, las relaciones siguientes:

$B \subset A$ y $C \not\subset A$.

Con palabras diríamos que el conjunto B es un subconjunto del conjunto A y que el conjunto C no es un subconjunto del conjunto A.

Los conjuntos que carecen de elementos se denominan conjuntos vacíos y se simboliza con la letra del alfabeto griego Φ que se nombra fi.

C**:** conjunto de todos los árboles existentes en una zona deforestada. ¿Qué puedes decir de los elementos de este conjunto?

Seguramente responderás que carece de elementos, por lo tanto, se puede escribir así: C = Φ y se lee: el conjunto C es igual al conjunto vacío.

Si observamos los elementos del conjunto V definido anteriormente y los del conjunto B podemos plantear que no tienen elementos comunes; estos se denominan conjuntos disjuntos.

Puedes decir también que la intersección de estos conjuntos es el conjunto vacío Simbólicamente $V \cap B = \Phi$

La intersección de dos conjuntos A y B, en símbolos, (A ∩ B) es el conjunto de los elementos que pertenecen al conjunto A y a B simultáneamente, es decir, tanto a A como a B (Castillo Durand, 2021).

La unión de dos conjuntos A y B, en símbolos, (A B) es el conjunto de los elementos que pertenecen a uno u otro conjunto, es decir, bien a A o a B (Castillo Durand, 2021).

Dominios numéricos

Los números naturales surgieron en el proceso de aprendizaje que tuvo el hombre cuando descubrió la forma de contar. Son los números más simples de los que hacemos uso (EcuRed, 2024).

Los enteros surgen como la necesidad que vio el hombre de reunir en un solo conjunto a los enteros positivos (naturales) con los enteros negativos y con el elemento cero. El conjunto de los números enteros incluye a los naturales, (los naturales son un subconjunto de los enteros) (EcuRed, 2024).

En las operaciones de los comerciantes de la antigüedad figuraban lo que tendrían que pagar y todo aquello que obtenían, pero no contaban con ningún recurso que, mediante signos, simplificará su trabajo: ¿cuánto di?, ¿cuánto recibí?, ¿qué ganancias alcancé?, ¿he tenido pérdidas? ¡Menudo problema a la hora del balance!

Mucho tiempo hubo que esperar para que apareciera la solución: ¡el número negativo!

Los números racionales surgen por la necesidad que tuvo el hombre de tomar algunas partes de la unidad (EcuRed, 2024). Mas tarde al aparecer por razones algebraicas y geométricas los irracionales, la unión de estos y los racionales surgen los números reales que es el dominio numérico mayor de nuestro interés, pues trataremos en nuestro libro funciones de una variable real.

Los números naturales.

ℕℕ $\rightarrow$ simboliza el conjunto de los números naturales ℕℕ = {0; 1; 2; 3; 4; 5;………}

Números fraccionarios.

ℚ+ℚ+ $\rightarrow$ simboliza el conjunto de los números fraccionarios y está formado por todas las fracciones de la forma $\frac{a}{b}$; a, b ∈ ℕℕ; b ≠ 0, las cuales pueden escribirse como expresiones decimales sean finitas o infinitas periódicas.

Ejemplos: $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{2}$; 4,7; 3,22222... ; $5,\overline{4}$.

Todo número natural es un número fraccionario.

Números enteros.

$\mathbb{Z}\mathbb{Z} \rightarrow$ simboliza el conjunto de los números enteros y está formado por el conjunto de los números naturales y sus opuestos.

$\mathbb{Z}\mathbb{Z}$= {.......-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;………}

Números racionales.

$\mathbb{Q}\mathbb{Q} \rightarrow$ simboliza el conjunto de los números racionales y está formado por los números fraccionarios y sus opuestos.

Se cumplen entonces las relaciones siguientes:

$\mathbb{N}\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}+\mathbb{Q}+ \subset \mathbb{Q}\mathbb{Q}$ el conjunto de los números naturales es un subconjunto del conjunto de los números fraccionarios y este a su vez es un subconjunto del conjunto de los números racionales.

$\mathbb{N}\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}\mathbb{Q}$ de igual forma ocurre entre el conjunto de los números naturales, enteros y racionales.

Números irracionales.

Surgen por la necesidad de encontrar la medida exacta de la hipotenusa de un triángulo rectángulo; así mismo de la necesidad de expresar las raíces inexactas reales. Se denotan por $\mathbb{I}\mathbb{I}$ y son todas las raíces inexactas reales y los decimales infinitos no periódicos, como, por ejemplo: 0.32456891…, $\pi \approx 3{,}14157\ldots$, $e \approx 2.7182818284\ldots$ (EcuRed, 2024).

Números reales.

Surgen de la necesidad de reunir los racionales y los irracionales en un solo conjunto. Se denotan por $\mathbb{R}\mathbb{R}$. Por lo tanto, se tiene que
$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ (EcuRed, 2024).

Se cumple entonces que: $\mathbb{N}\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}\mathbb{R}$.

Trabajo con variables

En este epígrafe repasarás algunos conceptos y propiedades sobre el trabajo con variables y ampliarás tus conocimientos, tomando como punto de partida el estudio de las operaciones con polinomios, los productos notables y la descomposición factorial.

Recordarás que:

Término: Un número, una variable o cualquier combinación de números y variables relacionadas por las operaciones de multiplicación, división y potenciación se llama término.

Términos semejantes: Dos o más términos son semejantes si tienen la misma parte literal.

Expresión algebraica: Es cualquier combinación de términos relacionados por las operaciones de cálculo.

Polinomio

<table>
<tr><th>Monomio</th><th>Binomio</th><th>Trinomio</th></tr>
<tr><td>Es el término en que las variables están relacionadas mediante la multiplicación y la potenciación de exponente natural.</td><td>Es la suma algebraica de dos monomios</td><td>Es la suma algebraica de tres monomios</td></tr>
<tr><td colspan="3">Polinomio</td></tr>
<tr><td colspan="3">Es la suma algebraica de monomios. Representación:
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 \quad ; \quad a_n \neq 0$</td></tr>
</table>

Fracción algebraica

Es un cociente de dos polinomios.

Productos notables

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

Descomposición en factores

Orden en que debe realizarse

Factor común

Binomios	**Trinomios**	**Polinomios de cuatro o más términos**
a^2-b^2 a^3-b^3 a^3+b^3	• Cuadrado perfecto • x^2+px+q • mx^2+px+q	• Agrupamiento • Método de Ruffini

Combinación de casos

$(a^3-b^3)=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$(a^3+b^3)=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Operaciones con expresiones algebraicas.

Uso de paréntesis

Si un paréntesis está precedido por el signo "+", puede suprimirse éste junto con el signo "+" y los términos dentro de él conservan sus propios signos.

Si un paréntesis está precedido por el signo "-", puede suprimirse éste junto con el signo "-" y a los términos dentro de él se les cambia el signo.

Ejercicios

1. Traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico.

a) El duplo de un número aumentado en tres.

b) El cuadrado de un número disminuido en cinco.

c) El cuadrúplo del cuadrado de un número disminuido en cuatro.

d) El cuadrado de un número excede en tres a su duplo.

e) El producto de dos números enteros consecutivos.

f) El cuadrado de la suma de dos números.

g) El producto de la suma por la diferencia de dos números.

h) El cuadrado de una suma.

i) La suma de los cuadrados de dos números.

j) El perímetro de un rectángulo de lados **a** y **b.**

k) La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual al mayor aumentado en diez veces el número . $\frac{25}{6}$

l) La suma de un número y su recíproco es

m) El cuadrado de un número es equivalente al 25% del mismo número.

n) El área de un terreno de forma cuadrada cuyo lado es x, disminuido en 25 m^2.

2. La profesora de Matemática propone el siguiente ejercicio:

Introduce en un paréntesis precedido de signo – los tres últimos términos de la siguiente expresión, $2x^3 - 6x^2 + 3x - 9$.

Al resolverlo, Romina da la siguiente respuesta: $2x^3 - (6x^2 + 3x - 9)$.

¿Estás de acuerdo con ella? Fundamenta tu respuesta.

3. Calcula y reduce.

a) $-3x\,(0{,}5y - 0{,}6z)$	b) $\frac{7}{8}a(2b - 2{,}1a^2 + 0{,}5ab)$	c) $-\frac{5}{2}p - [(2s + 4p) + (3s - 3p)]$

d) $7b^2 - \{-8b - [b^2 + (9 - b)] + 5\} + [-8b^2 - (3b - 4)]$

e) $-9y^2z - \{5yz + [-yz^2 - yz(4 - 3z) + yz] - 2y^2z\}$

4. Dados los términos:

A = 3a; B = 3a – x; C = a + 2x; D = $\frac{1}{2}a - x - 2$

Calcula y reduce:

a) B – C b) C – B c) B + C – D d) A.B - 4D

5. Sea M = $\frac{1}{2}x^2 - 3$ N = 2x + 1; P = x – 5

a) Calcula 4M – NP

b) Determina para qué valor de x se cumple que el resultado anterior es igual

a 20.

6. Transforma los siguientes productos en suma.

a) $(4y – 5)(4y + 5)$ e) $(2r - e)^2$ i) $(\frac{a}{b} + 2a)^2$

b) $(m + \sqrt{3})(m - \sqrt{3})$ f) $(m + \sqrt{3})^2$ j) $(s – 6)(s + 7)$

c) $(d + e)^2$ g) $(a + \sqrt{-4})^2$ k) $(2x + 1)(3x – 3)$

d) $(-x + y)^2$ h) $(\frac{x}{2} + y^3)^2$ l) $(x^2 + 8)(x^2 – 3)$

7. Reduce las siguientes expresiones tanto como sea posible.

a) $13b^2 - \{(2b+5)(2b-5) - [-12b - (3b-2)^2] - 19\}$

b) $(y + 7)(y – 7) - [(2y+3)(2y-3) - 3(y+5)^2 + 63]$

8. Dadas las expresiones: $P = 2x^2 – y$; $Q = x^4 – 4x^2y$

a) Calcula $P^2 – Q$

b) Halla el valor numérico del resultado obtenido para $x = -1$, $y = \frac{1}{2}$

9. Si $N = x^2 – 2$; $M = x(x – 3)$

4. Halla M - N

5. Evalúa el resultado para x = -1

10. Marcar la respuesta correcta

9.1 Al calcular $2a^2 + 3a$ se obtiene:

$5a^2$ $5a^3$

$a(2a + 3)$ Ninguna de las anteriores.

9.2 La expresión $2a^3 – 4a^2 + 2a$ es equivalente a:

$2(a^3 – 2a^2 + a)$ $2a(a^2 – 2a + 1)$

$a(2a^2 – 4a + 2)$ $2a(a^2 – 2a)$

9.3 La expresión $4a^2b - 2a^2b^2 + 6b^3$ se convierte extrayendo factor común en:

a) $ab(4a – 2ab + 6b^2)$ $2ab(2a^2 – a^2b + 3b^2)$

b) $6ab(-2a^2 + 4a^2b + b^2)$ $2a^2b^2$

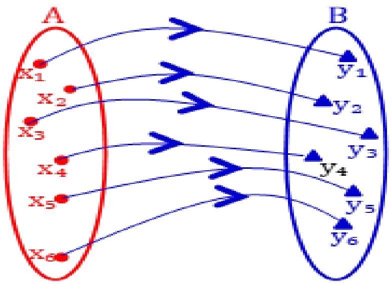
c) $\left(\frac{2}{b} - 1 + \frac{3b}{a^2}\right)$

11. Expresa como producto:

1) $14x^2y^2 - 28x^3 + 56x^4$
2) $55m^2n^3x + 110\,m^2n^3x^2 - 220m^2g^2$
3) $m(a - b) + (a - b)r$
4) $4x(m - n) + n - m$
5) $x^2 - 10x + 25$
6) $\frac{x^2}{4} + x + 1$
7) $ay^2 - 10ay + 25a$
8) $m^2 + 28m - 165$
9) $\frac{x^2}{2} + \frac{5}{2}x - 7$
10) $2h^2 - 2h - 3$
11) $6x^2 - 11ax - 7a^2$
12) $\frac{2}{3}ah^2 - \frac{2}{3}ah - a$
13) $\frac{1}{4}(a - b)^2 - (a - b)^2$
14) $81 - y^2$
15) $x^2 - 36$
16) $y^2 + 4$
17) $p^2 - 49q^2$
18) $\frac{1}{36}u^2 - v^4$
19) $2a^2 - 8$
20) $100t - 4ta^2$
21) $3a(p - q) + 2p - 2q$
22) $mx^2 + 9xm + 20m$
23) $x^2 - 7xy + 10y^2$
24) $y^2 + 2\sqrt{3}\,y + 3$
25) $4x^3y + 10x^2y^2 - 24xy^3$
26) $\frac{6}{5}xy^4 - \frac{4}{5}xy^2 - \frac{2}{5}x$

Estudio sobre las funciones la expresión 4a2b

Correspondencia: "…una correspondencia que a cada elemento de un conjunto A, le hace corresponder un único elemento de un conjunto B; es una función".



- El conjunto A es el dominio de la función Dominio de f(x)
- El elemento y_n del conjunto $B(y_n \in B)$ que le corresponde a un elemento x del dominio A $x \in$ Dom f(x) se llama imagen de xx y se denota $f(x_n)$ $f(x_n)$, el conjunto de todas las imágenes es la imagen de la función, y se denota Img f(x).
- Dom f(x)=$\{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$ $\mathrm{Dom}(f)=\{x_1,x_2,x_3,\ldots\}$
- Img f(x)= $\{y_1,y_2, y_3, \ldots\}$

Dependencia Funcional: Se dice que la variable $y \in$ Img f(x) depende funcionalmente de la variable $x \in$ Dom f(x) si es posible escribir la relación que existe entre ellas en forma de ecuación. En este caso, se dice que y es la variable dependiente, porque sus valores dependen del valor que se le asigne a la variable x. Se dice que x es la variable independiente de la función. Decimos que está en función de x, y se escribe: f(x)=y.

- El argumento de una función o preimágenes es el valor que le damos a la variable independiente para evaluarla. Por ejemplo, si la función logaritmo en base 3 tiene como argumento $2x^3+1$, se escribe $\log_3(2x^3+1)$.

En resumen:

a. Dados dos conjuntos A y B se denomina función definida en A con valores en B, a toda correspondencia entre A y B donde a cada elemento de A se le hace corresponder un único elemento de B. al conjunto A se le llama dominio de la función.

b. Se representa de la forma y=f(x) donde x es la variable independiente y sus valores están contenidos en el conjunto A(x ϵ A) e y es la variable dependiente, y sus valores están contenidos en el conjunto B (y ϵ B).

c. A la expresión o fórmula que describe como la variable x se transforma en la variable y, se le denomina expresión analítica o representación analítica de la función f.

d. Se denomina gráfico de una función f (R→R) al conjunto:

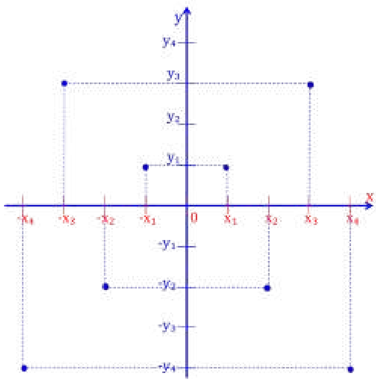
{(x, y):x ϵ R, yϵ R, y=f(x)}

e) Cero De Una Función: los puntos de intersección del gráfico de una función con el eje que define a la variable independiente, se denominan ceros de dicha función. Para el caso de una función f(x)=y se pueden determinar resolviendo la ecuación f(x) = 0

Función par: Toda función f(x) en la cual para todos los valores x_1 y $–x_1$ $–x_1$ del dominio de f (domf = [-x , x]) se cumple que:

f(x)=f(-x)

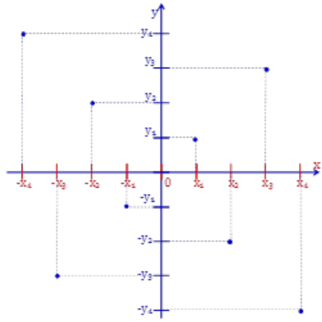
Gráficamente una función es par cuando su gráfico es simétrico respecto al eje y .



Función impar: Toda función f(x) en la cual para todos los valores x_1 y $–x_1$ del dominio de f (dom f = [-x , x]) se cumple que:

f (x)=f (-x)

Gráficamente una función es impar cuando su gráfico es simétrico respecto al origen de coordenadas O(0,0)



Para toda función f(x) par y un número real a se cumple que:

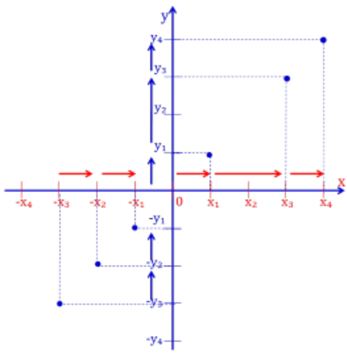
- a.f(x) es una función par.
- f(x)± a es una función par.
- f(x±a) no es una función par. (a≠0).

Para toda función f(x) impar y un número real a se cumple que

- a.f(x) es una función impar.
- f(x)± a no es una función impar.
- f(x±a) no es una función impar. (a≠0).

Monotonía de funciones:

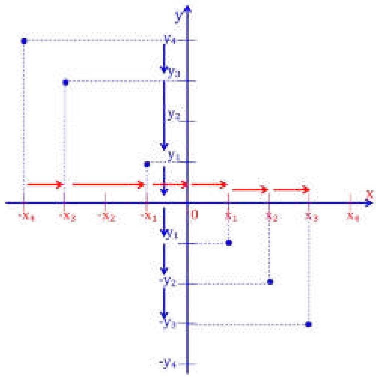
Una función f(x) donde para todos los valores x_1, x_2 pertenecientes al dominio de f se cumple que: Si $x_1 < x_2$ resulta que:



$f(x_1) \leq f(x_2)$ es una función monótona creciente.

Una función f(x) donde para todos los valores x_1, x_2 pertenecientes al dominio de f se cumple que: Si $x_1 < x_2$ resulta que $f(x_1) \geq f(x_2)$ es una función monótona creciente.

Una función es monótona si es creciente o decreciente.



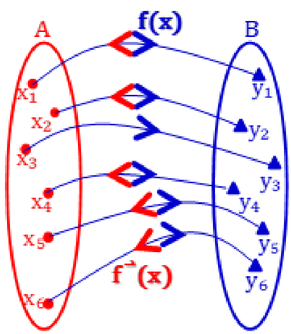
Función inyectiva : $x \neq y \rightarrow f(x) \neq f(y)$.

Función sobreyectiva: para todos los valores y del conjunto imagen siempre existe del dominio que satisface la ecuación f(x)=y

Función biyectiva: si es inyectiva y sobreyectiva.

Función inversa: Sea f(x) una función definida en el conjunto (x_1, x_2, x_3, …) y en el conjunto(y_1, y_2, y_3, …). Si existe una función $f^{-1}(x)$ con dominio igual al conjunto imagen de f e imagen igual al dominio de ff, tal que:

- $f(f^{-1}(x))=x$ para $x \in$ Img (f) y
- $f^{-1}(f(x)) = x$ para $x \in$ Img (f)



Para resolver los ejercicios propuestos, pueden servirte de ayuda las siguientes interrogantes:

- ¿Quién es el conjunto de partida?
- ¿Qué elementos integran el conjunto de partida?
- ¿Quién es el conjunto de llegada?
- ¿Qué elementos integran el conjunto de llegada?
- ¿Cuál es la ley de correspondencia definida entre los conjuntos de partida y de llegada?
- ¿Es posible determinar por la ley definida todos los correspondientes del conjunto de partida?
- ¿Todos los correspondientes del conjunto de partida pertenecen al conjunto de llegada?
- ¿La correspondencia es única para cada uno de los elementos del conjunto de partida?
- ¿Quién es la variable independiente?
- ¿Quién es la variable dependiente?
- ¿Cómo pueden ser las funciones? definidas o no en un punto, en un intervalo, crecientes, decrecientes, pares, impares, periódicas, inyectivas, sobreyectivas, biyectivas, inversibles,…
- ¿Cómo las podemos representar? A través de diagramas, tablas, ecuaciones, gráficos, descripciones verbales.
- ¿Qué propiedades y relaciones pueden tener? dominio, imagen, valores máximos y mínimos, ceros, valores funcionales, intercepto con el eje de las ordenadas, intervalos de crecimiento o decrecimiento, período, inversa,…; pueden ser mayores, menores, iguales,…; se relacionan con los conjuntos, los números, las correspondencias, las relaciones, …
- ¿Cómo podemos verificarlas? A través de procedimientos algebraicos, gráficos, numéricos…
- ¿Qué podemos hacer con las funciones? Identificarlas, representarlas, construirlas, compararlas, operar con ellas, determinar sus propiedades y relaciones, …

- ¿Para qué nos sirven? Nos sirven para modelar, argumentar, generalizar, predecir, …

En los ejercicios propuestos se recogen las cuatro formas de definir una función:

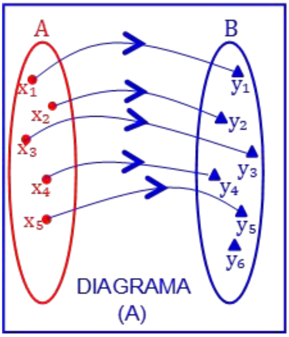
1. Verbal (escrita con palabras). Función como correspondencia
2. Numérica (como una tabla de valores). Función tabular.
3. Visual (como una gráfica).
4. Algebraica (como una fórmula explícita).

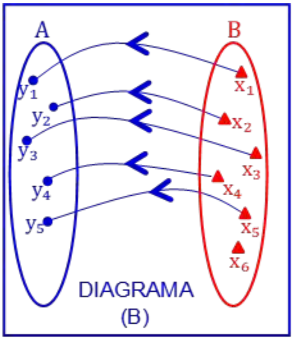
Resumen de funciones básicas

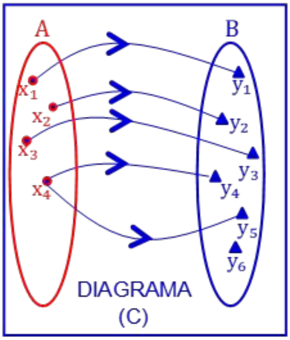
FUNCIONES	PARIDAD	MONOTONÍA
Función lineal	y = mx+n y=mx (m≠0) impar y=n (n≠0) par	m>0 creciente m<0 decreciente m=0 constante
Función cuadrática	y= x^2±b (b ϵ R) par	No es monótona
Función modular	y = IxI±b (bϵR) par	No es monótona
Función de proporcionalidad inversa	$y = \frac{1}{x} impar$	No es monótona
Función cúbica	y= x^3 impar	Creciente
Función raíz cuadrada	$y = \sqrt{x}\, no\, tiene\ paridad$	Creciente
Función raíz cúbica	$y = \sqrt[3]{x}\ \ impar$	Creciente

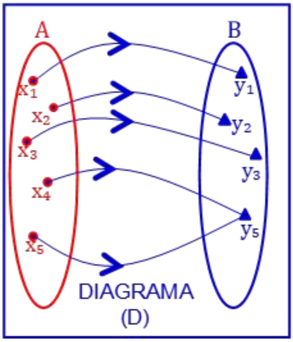
Función logarítmica	$y=\log_a x$ no tiene paridad	a>0 creciente 0<a<1 decreciente
Función exponencial	$y=a^x$ no es par	a>0 creciente 0<a<1 decreciente
Función seno	y=senx impar	No es monótona
Función coseno	y= bcosx($b\epsilon$ R: $b\neq 0$)) par	No es monótona
Función tangente	y=tanx impar	No es monótona
Función cotangente	y=cotx impar	No es monótona

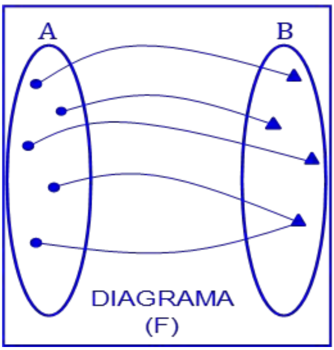
Ejercicios propuestos:

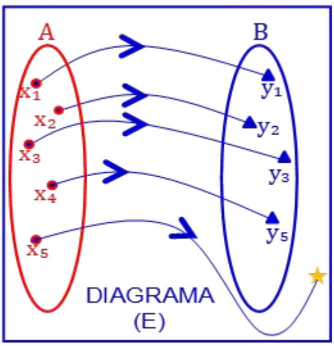












1. Observa los siguientes diagramas y selecciona los que representan correspondencias que son funciones y las que no son funciones. Argumenta cada selección.
2. Las siguientes correspondencias definen funciones entre los dominios numéricos estudiados.

a. Escribe con tus palabras la correspondencia que se establece en cada caso.

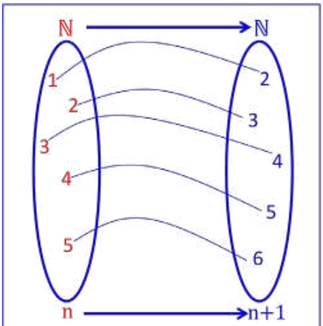
Selecciona aquellas correspondencias que se corresponden con funciones:

b) Estrictamente monótonas (crecientes o decrecientes).

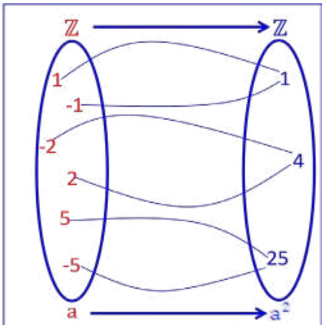
c) De simetría par.

d) De simetría impar.

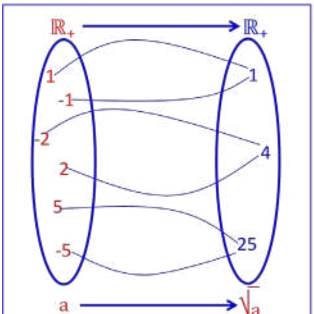
Justifica cada selección.



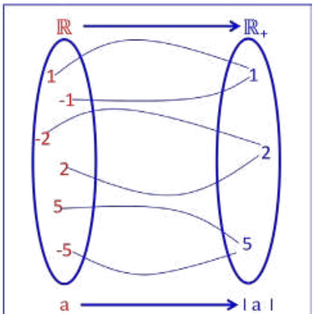
CORRESPONDENCIA 1



CORRESPONDENCIA 2



CORRESPONDENCIA 3



CORRESPONDENCIA 4

3. En las siguientes tablas se han determinados valores de funciones de la forma y=f(x). Completa cada una de las casillas en blanco en correspondencia con la dependencia funcional definida en cada uno de los incisos siguientes.

a)

x	0		0.5		0.2	0.3
y = -9x+1		0		1/2		

b)

x	0		0.25		125	
$y=\sqrt{x}$		0		1/2		$\sqrt{2}$

c)

x	0		0.125		125
$y=\sqrt[3]{x}$		0		1/8	

d)

x	2			1	$\sqrt{2}$	
$y=log_2 x$		-2	-1			-3

Diga cuáles de las siguientes correspondencias, representan funciones y cuáles no. Fundamenta cada caso.

a. Se sabe que en el grupo de Matemática existen 36 sillas y la matrícula del grupo es de 35 estudiantes, la correspondencia que se establece entre cada estudiante y la silla que le corresponde en su puesto en el aula, es una función.

b. En el mismo grupo de Matemática ahora se hace corresponder a cada una de las sillas con cada uno de los estudiantes del grupo, esta correspondencia es una función.

c. La correspondencia donde a cada hijo se le hace corresponder su madre, es una función.

d. La correspondencia donde a cada madre se le hace corresponder sus hijos, es una función.

e. La correspondencia definida de $N \to Q$ donde a cada número natural n se le hace corresponder el recíproco de su sucesor, es una función.

f. La correspondencia definida de $Z \to Z$ donde a cada número entero a se le hace corresponder su recíproco, es una función.

g. El conjunto de pares ordenados {(3,6),(-3,6), (0,1), (0.3,-1), (1/3, 7)}, es una función.

h. La correspondencia definida de $N \to Q$ donde a cada número primo a se le hace corresponder sus divisores, es una función.

i. La correspondencia definida de $N \to N$ donde a cada número natural aa se le hace corresponder sus múltiplos, es una función.

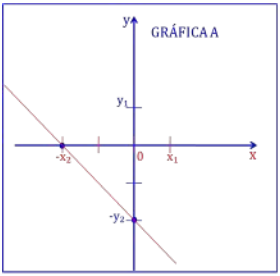
j. La correspondencia definida de $N \to N$ donde a cada número natural n se le hace corresponder su opuesto, es una función.

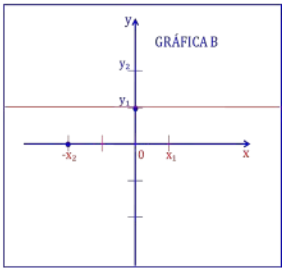
5. Observa las siguientes gráficas

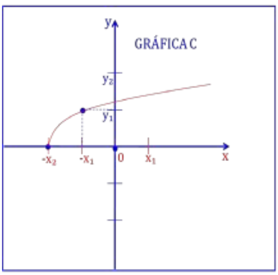
   a. ¿Cuáles gráficas corresponden a funciones?

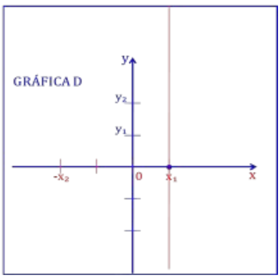
   b. ¿Cuáles gráficas no se corresponden a funciones? Argumenta cada caso.

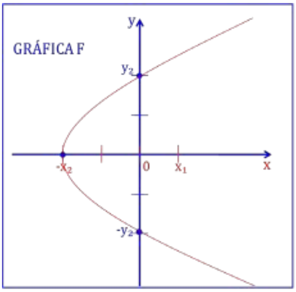
   c. ¿Cuáles se corresponden a funciones monótonas?

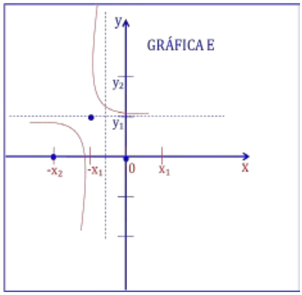








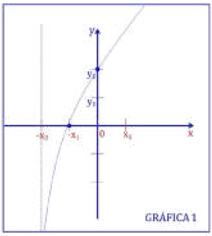


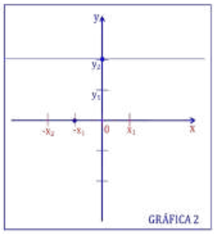


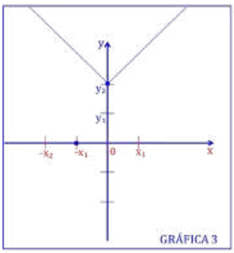
5. Los gráficos se corresponden a funciones estudiadas por ti.

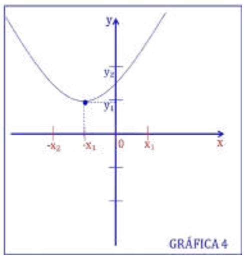
a. Señale cuáles de ellos corresponden a funciones pares. Argumenta tu selección.

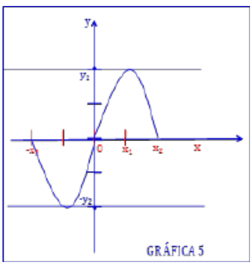
b. Escribe tres características que distingan al gráfico de la función 2.







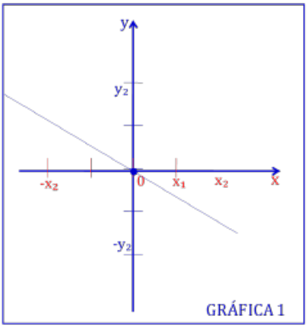


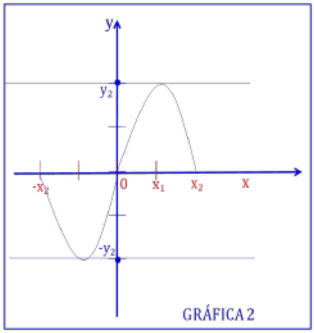


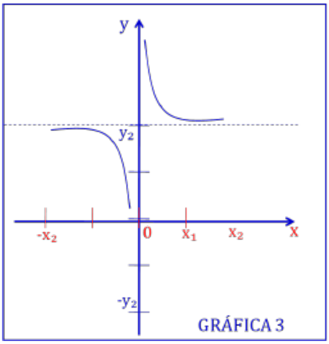
6. Los gráficos se corresponden a funciones estudiadas por ti.

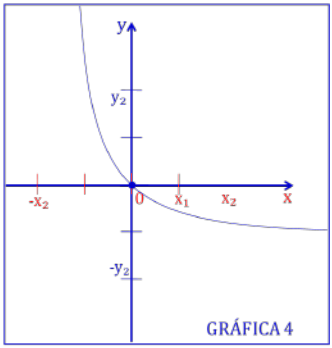
a. Señale cuáles de ellos corresponden a funciones impares. Argumenta tu selección.

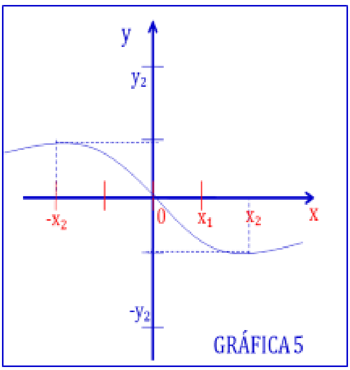
b. Escribe tres características que distingan al gráfico de la función 2.



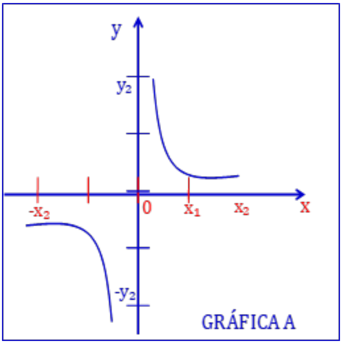








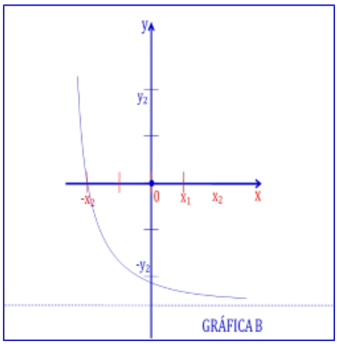
7. Escribe para cada uno de las funciones representadas, tres propiedades que cumplan las mismas.



a) ____

b) ____

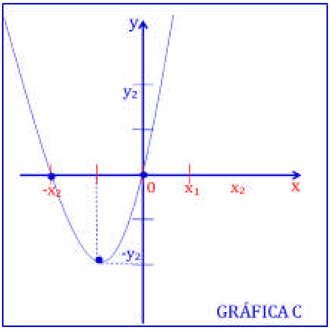
c) ____



a) ____

b) ____

c) ____



a) ____

b) ____

c) ____

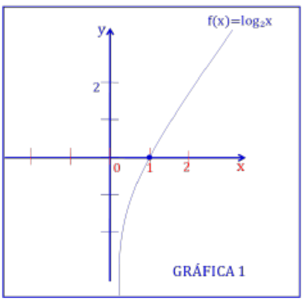
8. A continuación, se enuncian cuatro propiedades que distinguen a los gráficos de las funciones representadas. Escoge para cada una de las propiedades el gráfico que le corresponde.

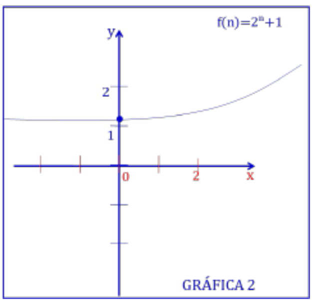
A. f(x), está definida para todos los números reales mayores que cero.

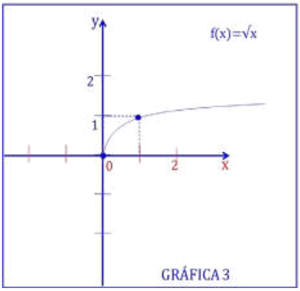
B. f(x), tiene como conjunto imagen $\{y \in R: y > 1\}$

C. f(x), es monótona decreciente y tiene un cero en el intervalo de $(-\infty,0)$.

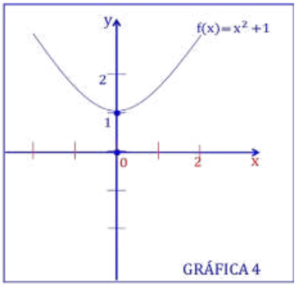
D. f(x), es par.



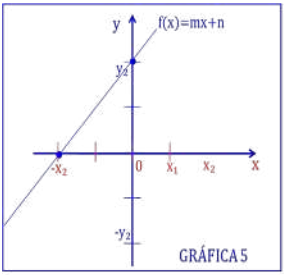




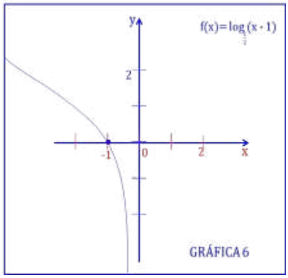
GRÁFICA 3



GRÁFICA 4

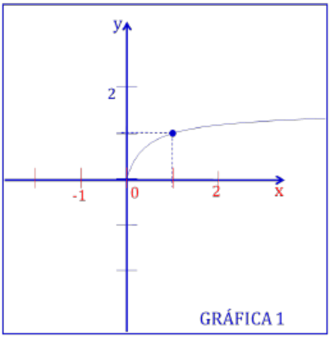


GRÁFICA 5

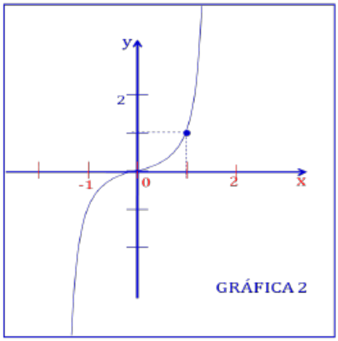


GRÁFICA 6

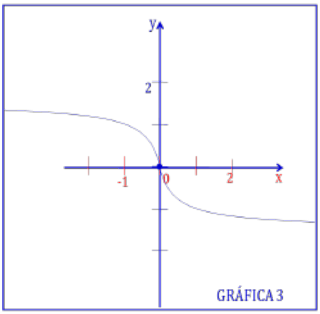
9. Observa los siguientes gráficos y completa en la tabla que sigue la columna de la derecha, seleccionando los gráficos de las funciones que corresponden para que la proposición resulte verdadera.



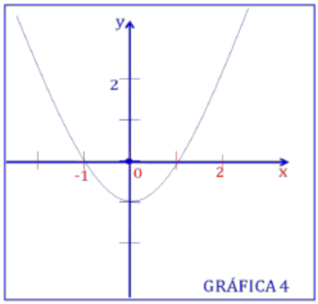
GRÁFICA 1



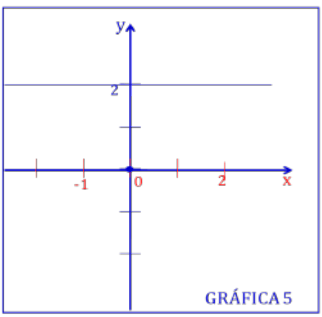
GRÁFICA 2



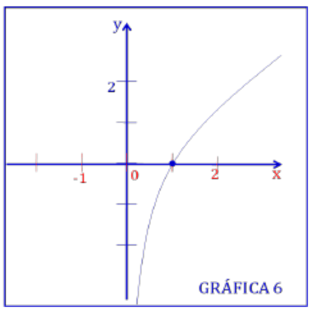
GRÁFICA 3



GRÁFICA 4

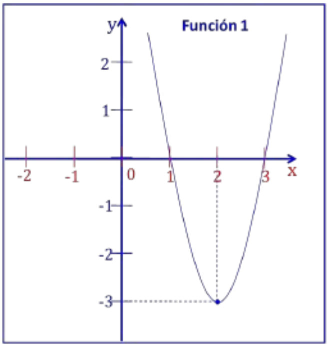


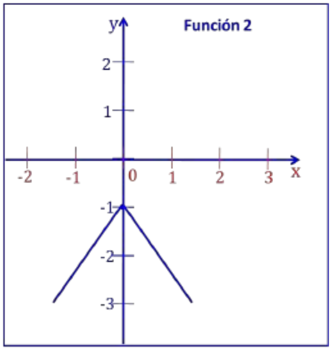
GRÁFICA 5

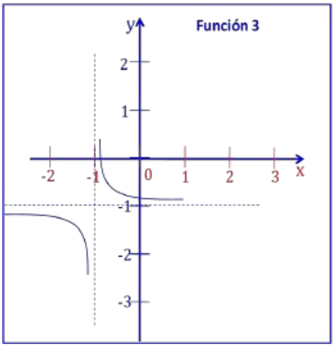


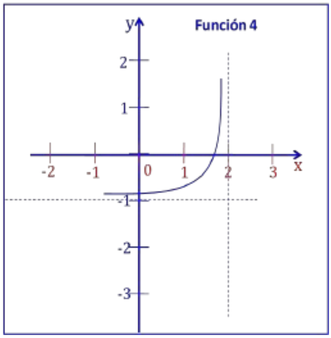
GRÁFICA 6

10. De acuerdo a las características de los gráficos de las funciones representadas a continuación. Completa las líneas en blanco que aparecen en cada una de las proposiciones, con el número que se identifica cada función, para que la proposición resulte falsa.









a. El conjunto imagen de la función ______, es $\{y \in R: y \leq -1\}$.

b. La función _____, admite inversa.

c. El dominio de la función _____, es el conjunto de los números reales.

d. Existe al menos un valor ($x_1 \in R$) perteneciente al dominio de la función _____, para el cual se cumple que $f(x_1)=0$.

e. La función ______, es par.

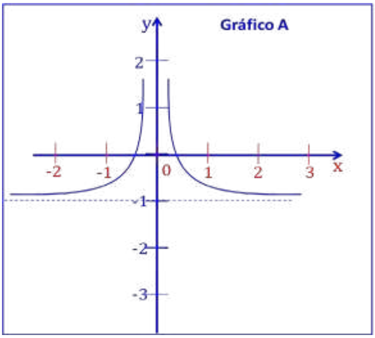
f. La función ______, es impar.

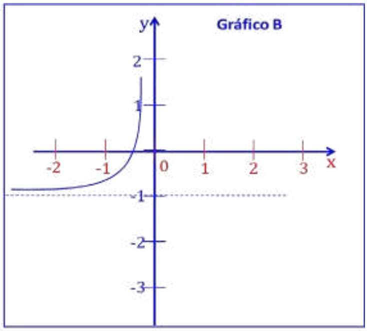
g. La función ______, es estrictamente monótona creciente.

h. La función ______, es positiva para todos los valores del dominio de definición.

11. A continuación, se muestra el gráfico de dos funciones.

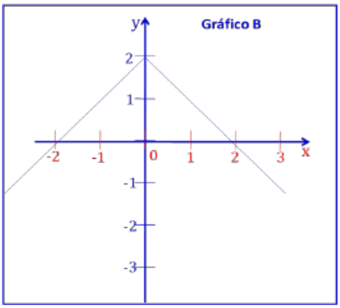
a) Escriba dos propiedades que cumplan de igual forma las funciones representadas. Justifica cada una de las propiedades. .

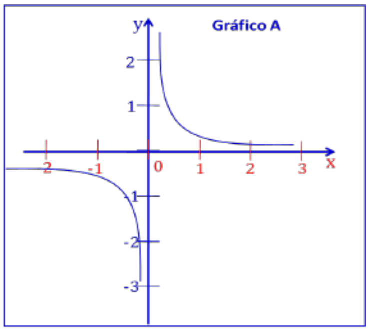




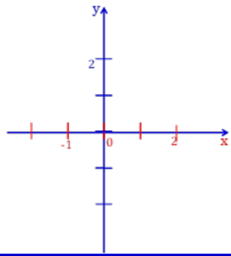
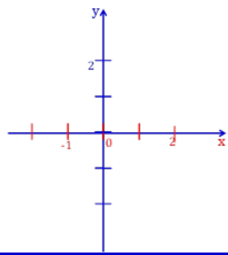
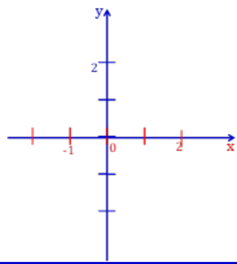
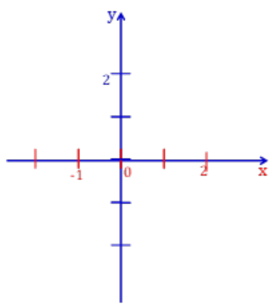
12. De los dos gráficos de funciones que siguen.

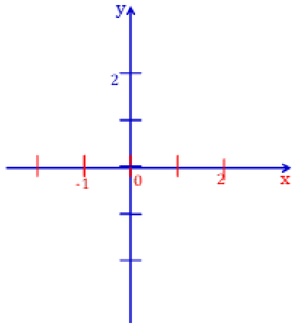
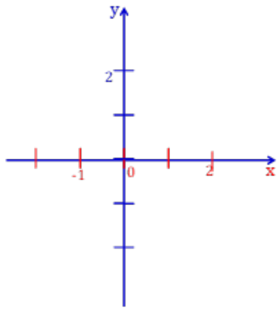
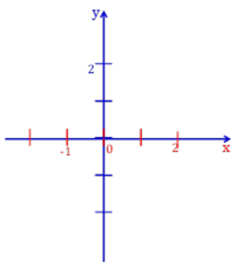
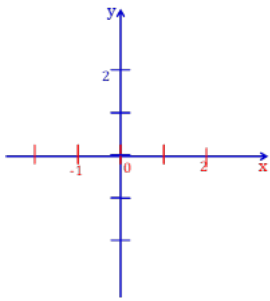
a) Escriba dos propiedades que diferencien a las funciones representadas. Justifica cada una de las propiedades.

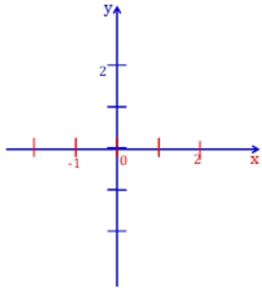
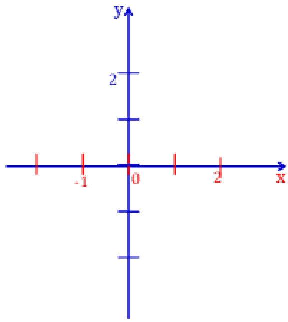
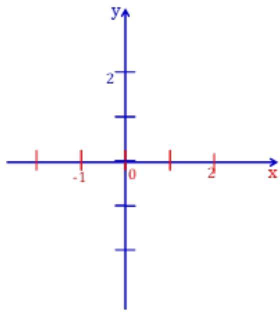
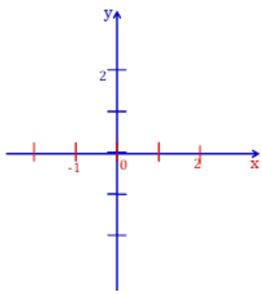


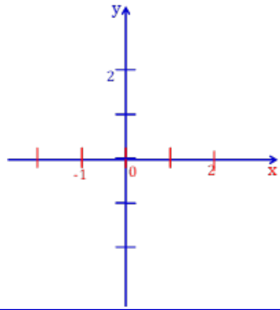
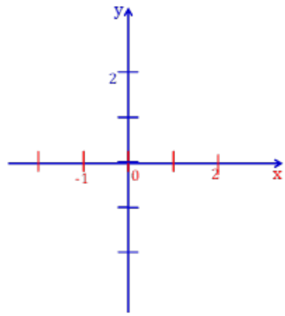
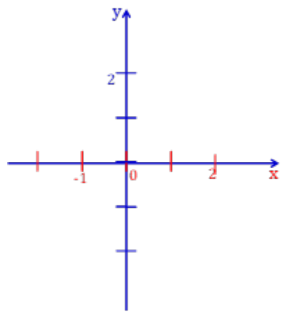
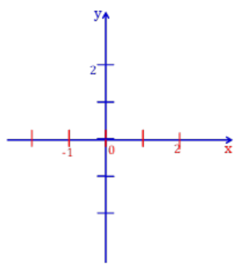


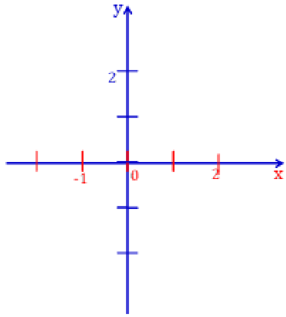
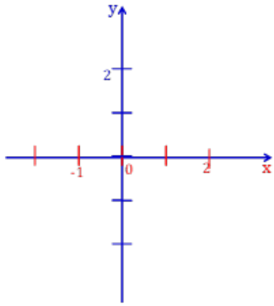
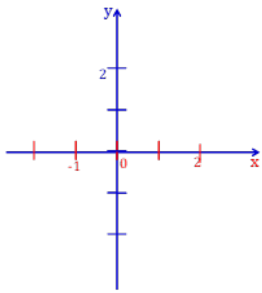
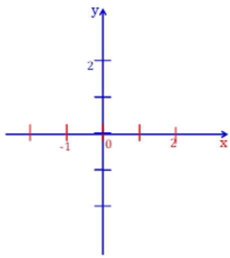
13. De acuerdo a tus conocimientos sobre las funciones estudiadas hasta el momento, completa la columna B según se indica.

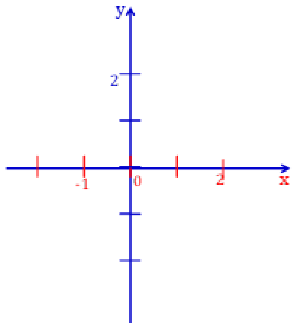
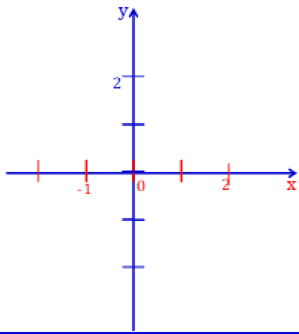
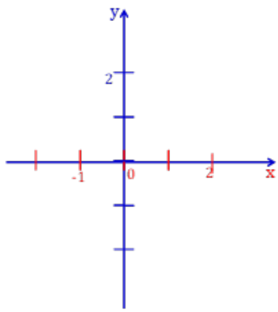
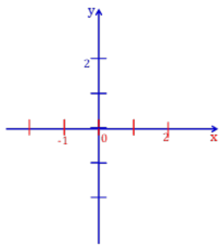
A	**B**	**Un esbozo del gráfico es**
La ecuación de una función lineal con un cero en x= -3 es	f(x)=	
La ecuación de una función lineal con un cero en x= -3 y monótona decreciente en todo su dominio es	f(x)=	
La ecuación de una función lineal impar es	f(x)=	
La ecuación de una función lineal que no sea estrictamente monotona (creciente o decreciente) es	f(x)=	

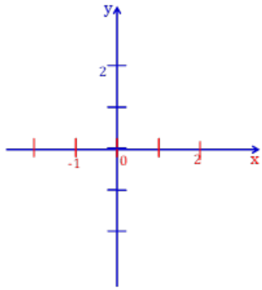
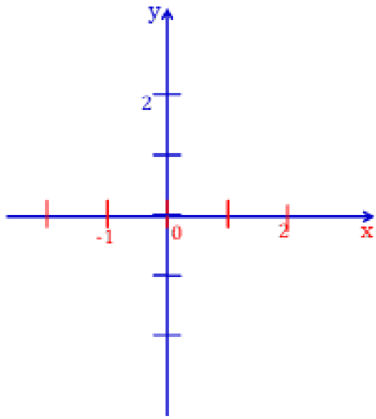
La ecuación de la función lineal que sea bisectriz del I cuadrante es:	f(x)=	
La ecuación de una función cuadrática que para todos los valores del intervalo $(0,+\infty)$ sea monótona decreciente.	f(x)=	
La ecuación de una función cuadrática con eje de simetría la recta x= -1 es	f(x)=	
La ecuación de una función cuadrática que no sea par es	f(x) =	

La ecuación de una función cuadrática en la que para valores racionales del argumento se obtiene valores irracionales para la función es	f(x) =	
La ecuación de una función cuadrática que no tenga intercepto con la función f(x)=1/2	f(x)=	
Una función modular que su conjunto imagen está contenido en el intervalo de [3,+∞)	f(x) =	
Una función modular que sus ceros sean números reales positivos es	f(x) =	

Una función modular monótona creciente en el intervalo [0,1] es	f(x) =	
Una función modular par que no sea la función y=IxI	f(x) =	
Una la función modular que no corte al gráfico de la función constante y= 5	f(x) =	
La ecuación de una función cúbica estrictamente monótona decreciente es	f(x)=	

La ecuación de una función cúbica con cero en x= -0.125 es	f(x) =	
La ecuación de una función cúbica que sea impar y no sea la función f(x)= x^3 es	f(x) =	
La ecuación de una función de proporcionalidad inversa que tenga como eje de simetría horizontal la recta y= -2 es	f(x) =	
La ecuación de una función de proporcionalidad inversa que tenga como eje de simetría horizontal la recta x =-1 es	f(x) =	

La ecuación de una función de proporcionalidad inversa negativa en el intervalo (-3/5, ∞) es	f(x) =	
La ecuación de una función de proporcionalidad inversa que sea impar y no sea la función y=1/x es	f(x) =	
La ecuación de una función de proporcionalidad inversa que tenga por dominio Df={x ϵ R: x≠2 }	f(x) =	
La ecuación de una función de proporcionalidad inversa que tenga por conjunto imagen *Imf* = { y ϵ R: y ≠ 2 }	f(x) =	

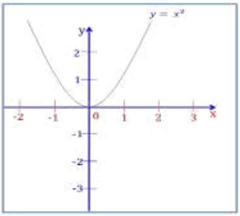
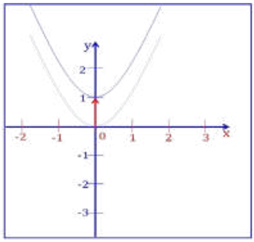
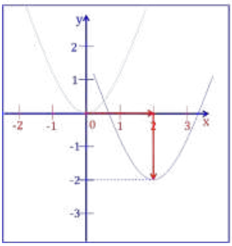
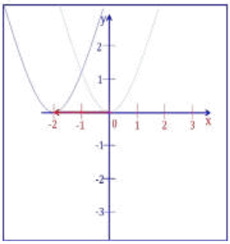
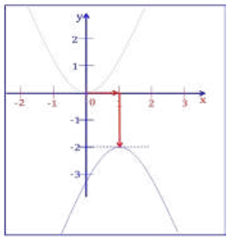
La ecuación de una función raíz cuadrada que no intercepte a la recta x = 1 es	f(x) =	
La ecuación de una función raíz cúbica que tenga un cero en x = -1	f(x) =	

14. Los gráficos representan funciones cuadráticas, de la forma:

$$f(x) = (x + a)^2 + b$$

determina los valores de a y b en cada uno de los gráficos representados y escribe en la parte inferior de cada uno de los recuadros, la ecuación que se corresponde con cada una de las funciones, de la forma

$$y = x^2 + px + q$$

15. Auxiliándote del gráfico de la derecha, realiza el esbozo gráfico de cada una de las funciones que a continuación se relacionan:

a) $y = x^2 + 1y = x^2 + 1$.

b) $y = x^2 - 1y = x^2 - 1$

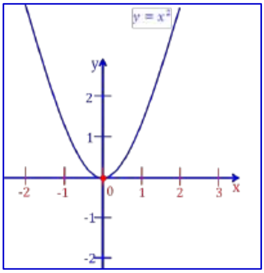
c) $y = (x+1)^2 y = (x+1)^2$.

d) $y = (x-1)^2 y = (x-1)^2$

e) $y = (x+1)^2 + 1$

f) $y = -(x+1)^2 y = -(x+1)^2$.

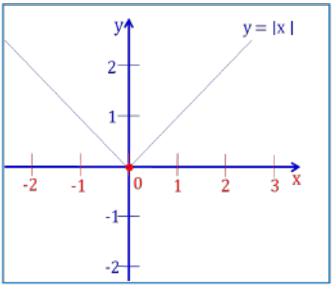
g) $y = 1 - (x+1)^2$

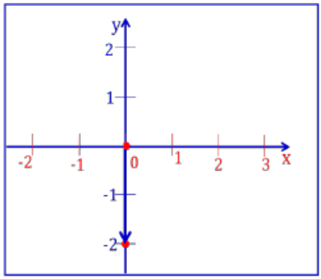


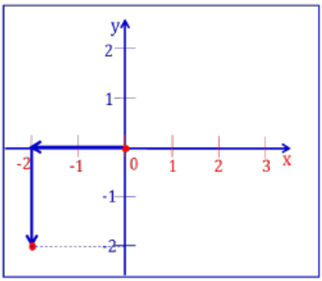
$y = (x+1)^2 + 1$.

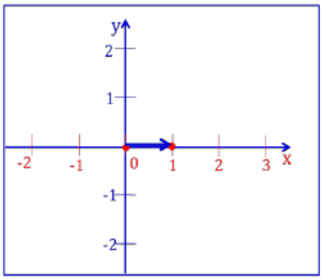
16. En cada uno de los recuadros se quiere representar el gráfico y escribir la ecuación de una función de la forma que se indica, para ello, se muestran a través de saetas las traslaciones de los gráficos tanto horizontal como verticalmente.

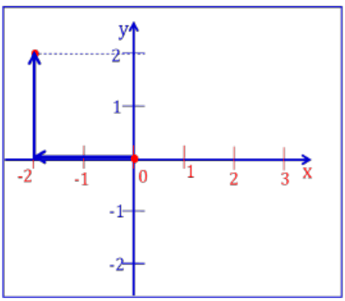
a) Selecciona cuáles de los gráficos representados se corresponden con funciones pares. Justifique.

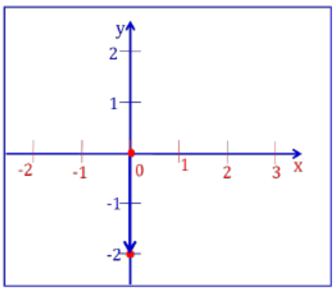












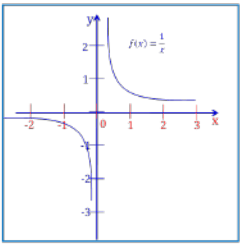
17. Las gráficas representadas se corresponden con funciones de proporcionalidad inversa de la forma.

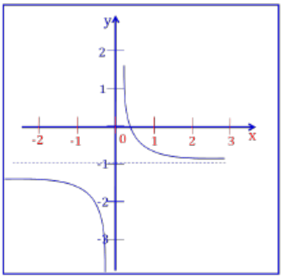
$$f(x) = \frac{1}{x-a} + b$$

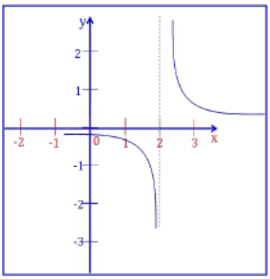
a) Escriba en cada uno de los casos la ecuación que le corresponde a las funciones representadas.

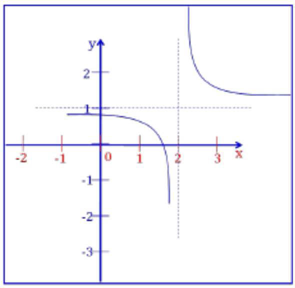
b) Determine para cuáles de las funciones, se cumplen cada una de las siguientes proposiciones:

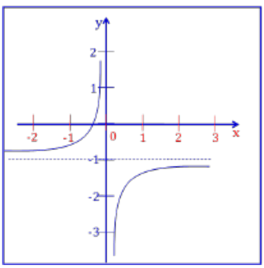
- f(x) > 0 en el intervalo (-∞, -1)
- f(x) > 0 en el conjunto {x ϵ R: x < -1}
- f(x) ≠ 0 en el conjunto de los números reales.





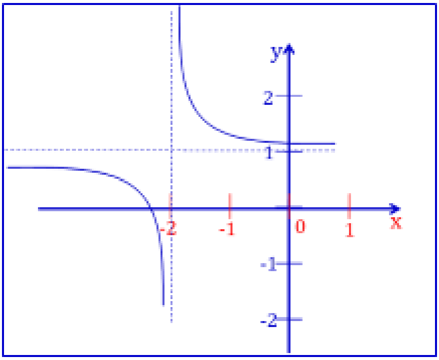






18. El gráfico representa una función de proporcionalidad inversa de la forma

$$f(x) = \frac{1}{x-a} + 1$$



a Calcula el valor de x para el cual se cumple que f(x) = 0.

b Marque con una X la opción que considera responde a la función dada:

- ______ $a \in R$: $a < 0$
- ______ $a \in R$: $a > 0$
- ______ $a \in R$: $a = 0$
- _______No se puede determinar.

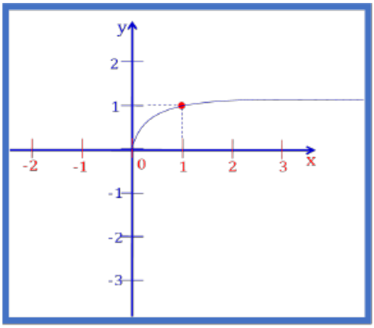
c. Determine el conjunto A formado por la intersección entre el dominio de la función f y el conjunto imagen de la misma.

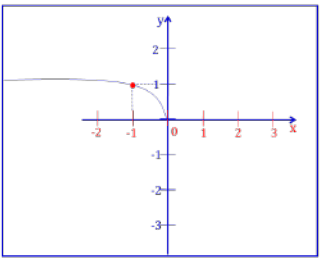
d. Seleccione dos valores x_1, x_2 pertenecientes al dominio de la función para los cuáles se cumpla que $x_1 < x_2$ resulte que $f(x_1) > f(x_2)$.

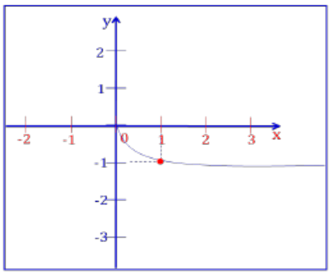
e. Determine la función inversa de f.

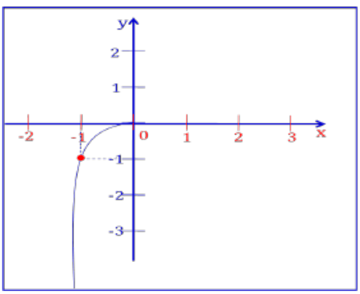
19. El primer gráfico corresponde a la función de ecuación , $f(x)=\sqrt{x}$

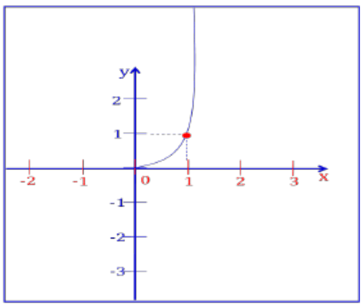
escoge entre los 4 gráficos restantes, la gráfica que le corresponde a la función inversa de f. Justifique su selección.



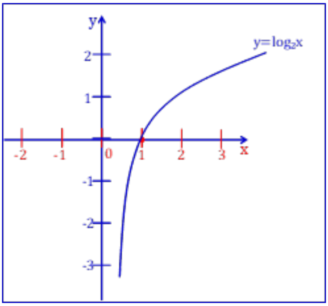








20. Auxiliándote del gráfico, realiza el esbozo gráfico de cada una de las funciones que a continuación se relacionan:



a) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-2)+1$.
b) $y = \log_{2}(x-2)+1$.
c) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)-2$.
d) $y = \log_{2}(x+1)-2$.

21.Dada la función:

$y=\log_3 x-1$

Completa la siguiente tabla:

x	1	3	0,111	0,33
f(x)				

a) Realiza un esbozo del gráfico de la función inversa de f

22.¿Cuál de las funciones dadas cumplen a la vez las tres propiedades que siguen?

1. f(x) está definida en el conjunto de números reales tal que $x \geq 0$.
2. $f(x) \geq -2$ para todos los números del intervalo $[0, \infty)$.
3. Existe un valor x_1 pertenecientes al dominio de f, tal que $f(x_1) = -2$

___ $f(x) = |x - 2|$.

___ $f(x) = x^2 - 2$.

___ $f(x) = \dfrac{1 - 3x}{x}$

___ $f(x) = (x - 2)^2$.

___ $f(x) = |x - 2| + 2$

23.Completa los espacios en blanco utilizando las expresiones "siempre", "no siempre" o "nunca" según corresponda de forma tal que se obtengan proposiciones verdaderas. Fundamenta en cada caso.

Dada la correspondencia definida del conjunto de los números reales (R) en el conjunto de los números reales (R):

- ____________ es posible determinar el opuesto a todos los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible determinar el antecesor de cada uno de los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible calcular el cuadrado de cada uno de los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible determinar el recíproco de todos los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible calcular la raíz cuadrada de todos los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible determinar el módulo de todos los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible calcular el logaritmo natural a cada uno de los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible calcular el seno a todos los números del conjunto de partida.

- ____________ es posible calcular el coseno a todos los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible calcular la tangente a todos los números del conjunto de partida.
- ____________ es posible calcular la cotangente a todos los números del conjunto de partida.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que:

y= 2x +1.

- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = x^2 + 2x + 2$.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = 1 - |x|$.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que. $y = 2^{x-3}$
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = \sqrt{x}$.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = \sqrt[3]{-8x}$.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = senx$.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = tanx$.
- Si x es un elemento del conjunto de partida, ____________ es posible encontrar un número y en el conjunto de llegada, para los cuales se cumple que $y = log_2(x+3)$.

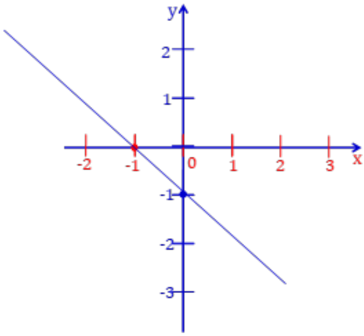
- Si y es un elemento del conjunto de llegada, ____________ es posible encontrar un número x ϵ R, para los cuales se cumple que $y = \sqrt{2x+5}$.
- Si y es un elemento del conjunto de llegada, ____________ es posible encontrar un x ϵ R, para los cuales se cumple que $y = \frac{1}{1+x}$.
- Si y es un elemento del conjunto de llegada, ____________ es posible encontrar un x ϵ R, para los cuales se cumple que $y = senx$.
- Si y es un elemento del conjunto de llegada, ____________ es posible encontrar un x ϵ R, para los cuales se cumple que $y = cosx$.
- Si y es un elemento del conjunto de llegada, ____________ es posible encontrar un x ϵ R, para los cuales se cumple que $y = tanx$.
- Si x ϵ Q, ____________ es posible encontrar un x ϵ R x∈R , para los cuales se cumple que $y = cotx$.
- Si y ϵ R, ____________ es posible encontrar un número real x, para los cuales se cumple que $y = x^2 + 1$.
- Si y ϵ R, ____________ es posible encontrar un x ϵ R, , para los cuales se cumple que $y = 2^{3x+1}$.
- Si h es una función lineal de la forma $h(x) = 2x+1$, entonces el gráfico de h____________ intercepta al eje de las x.
- Si f es una función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f(x) = ax^2 + 4 \; (a \in \mathbb{R})$, entonces el gráfico de f ____________ intercepta al eje de las x.
- Si g es una función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $g(x) = 1 - |x|$, entonces el gráfico de g ____________ intercepta al eje de las abscisas.
- El gráfico de una función f, definida en el conjunto de los números reales, es simétrico respecto al origen de coordenadas, entonces su gráfica ____________ intercepta al eje de las x en $x_0 = 0$.
- El gráfico de una función f simétrico respecto al origen de coordenadas, ____________ intercepta al eje de las x en $x_0 = 0$
- El gráfico de una función f, definida en el conjunto de los números reales, es simétrico respecto al eje de las ordenadas, entonces su gráfica ____________ intercepta al eje de las y.

- El gráfico de una función f, es simétrico respecto al eje de las ordenadas, entonces su gráfica ___________ intercepta al eje de las y.
- El gráfico de una función p, definida en el conjunto de los números reales, por la ecuación $p = \frac{1}{2}(x - 0,5)$, __________ está situado en el primer cuadrante, para todos los números pertenecientes al conjunto $\{x \in \mathrm{R} : x > 0,5\}$.
- El gráfico de una función y, definida en el conjunto de los números reales, por la ecuación $y = \frac{1}{2}(x + 0,5)$, ___________ está por encima del eje de las x, para todos los números pertenecientes al conjunto $\{x \in \mathrm{R} : x > -0,5\}$.
- El gráfico de una función y, definida en el conjunto de los números reales, por la ecuación $y = \frac{1}{2}(x + 0,5)$, ___________ está por debajo del eje de las x, para todos los números pertenecientes al intervalo $(-\infty, -0,5)$.
- Si x_1 y x_2 son los puntos de intersección del gráfico de una función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ con $a, b, c \in \mathrm{R}$ y $a \neq 0$ con el eje de las x, entonces el vértice de la parábola ___________ está por debajo del eje de las x.
- En una función cuadrática de ecuación $y = x^2 + 2bx + b^2$ ___________ el vértice del gráfico que le corresponde a esta función, está por debajo del eje de las x.
- Si x_1 y x_2 son dos números reales diferentes, ___________ es posible encontrar una función cuadrática de ecuación $y = x^2 + 2bx + b^2$, para la que se cumpla que $f(x_1) = 0$ y $f(x_2) = 0$.
- Si f es una función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f(x) = |x + 6|$, entonces ___________ $f(x) \geq 0 \ (x \in \mathrm{R})$.
- Si f es una función de proporcionalidad inversa de ecuación $f(x) = \frac{1}{x-3}$, ___________ es posible encontrar un valor x_0 para los cuales se cumpla que $f(x_0) = 0$.
- Si f es una función cúbica, ___________ es posible determinar la inversa de f.
- La función inversa de una función de ecuación $y = \sqrt{2x - 5}$, ______________ está definida el conjunto de los números reales.

- Si x_1 y x_2 son dos números reales diferentes, ____________ es posible encontrar una función logarítmica f para la que se cumpla que $f(x_1)=0$ y $f(x_2)=0$.
- Si x_1 y x_2 son dos números reales diferentes, ____________ es posible encontrar una función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f(x)=sen2x$ para la que se cumpla que $f(x_1)=f(x_2)$.

24. El gráfico corresponde a una función de la forma f(x)= mx +n definida para todos los números reales.

Seleccione en cada caso la opción correcta para que cada una de las proposiciones sea verdadera:



— Para los valores m y n correspondientes a la ecuación de la función se cumple que:

—	__ m.n < 0m·n<0	—	__ m.n = 0
—	__ m.n > 0	—	__ no se puede determinar

La ecuación de f se corresponde con:	
a) _ _ $y=-\frac{1}{2}x$	c) __ $y=-\frac{1}{2}x-1$
b) _ _ $y=-\frac{1}{2}x+1$	d) __ y = -2

La función inversa f^{-1} de la función f tiene como ecuación	
a) __y= - 2	c) __ y = -2x.
b) __ y = -2 + 2x.	d) __ y = -2(x + 1)

f(x) > 0 en el conjunto: :	
a) __ {x ϵ R: x < - 2 }	c) __ {x ϵ R: x > - 2 }
b) __ {x ϵ R: x ≤ - 2 }	d) __ {x ϵ R}

El punto A que pertenece al gráfico de la función f(x) tiene como coordenadas:	
a) __ (-2 , -1)	c) __ (0,-2)
b) __ (-2, 0)	d) __ (-1,0)

25. Dada la función f(x) = mx + n (m, n ϵ R). Selecciona en cada uno de los incisos que siguen la opción correcta según la exigencia dada a los valores de m y n.

Si f es monótona decreciente y n = -3, entonces:

a) ___ la solución de la ecuación f(x) = 0 pertenece al intervalo (0, ∞).

b) ___ f(x)> 0 para todos los valores del dominio de f.

c) ___ f(x) < 0 para todos los valores del conjunto {xϵ R: x ≥0}.

d) ___ x = 0 para f(x) = 0.

Si m > 0 y n = 0, entonces:

a) ___ el gráfico de f es simétrico respecto a la recta x = 0.

b) ___ f es impar.

c) ___para $x_1 < x_2$ se obtiene que $f(x_1) < f(x_2)$.

d) ___para $x_1 \geq 0$ resulta que $f(x_1) > 0$.

Si $m=0$ y $n>0$.

a) ___ para todos los valores del dominio de f se cumple que $f(x) = f(-x)$.

b) ___ el gráfico de f es simétrico respecto al origen de coordenadas.

c) ___ para $x < 0$ resulta que $f(x) < 0$.

d) ___ para $x = 0$ se obtiene que $f(x) = 0$.

Si $m \neq 0$ y $n > 0$.

a) $f(x) < 0$ para todos los valores del conjunto $\{ x \in R: x \geq 0\}$

b) f es impar.

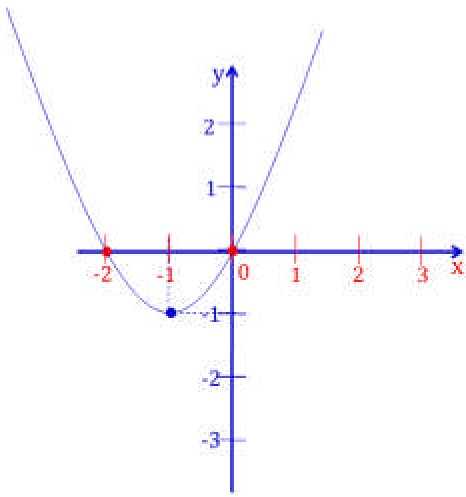
c) para todos los valores del dominio de f se cumple que $f(x) = f(-x)$.

d) El gráfico de f intercepta al eje de las x.

26. El gráfico corresponde a una función de la forma

$f(x) = (x+a)^2 + b$ ($a,b \in R$) definida para todos los números reales.

Seleccione en cada caso la opción correcta para que cada una de las proposiciones sea verdadera:



Para los valores a y b correspondientes a la ecuación de la función f se cumple que:

a) __ a >b b) __ a < b	c) __ a = b d) __ b = 0y a = -2
La ecuación de f se corresponde con:	
a) __ $y = (x + 1)^2$ b) __ $y = x^2 - 1$	c) __ $y = (x - 1)^2 - 1$ d) __ 〚y=(x+1)〛^2-1 -1
La ecuación f(x) = 0 tiene como una solución a:	
a) __ x = -2. b) __ x = -1.	c) __ x = 1 d) __ no se puede determinar
f(x) < 0 en el intervalo	
a) __ [-2, 0] b) __ [-2, 0)	c) __(-2,0] d) ____ (-2, 0)
El punto , 5) perteneciente al gráfico de la función f tiene como simétrico al punto de coordenadas:	
a) __ $B(-1-\sqrt{6}, 5)$ b) __ $B(1-\sqrt{6}, 5)$	c) __ no se puede determinar

27. Dada la función $f(x) = (x + a)^2 + b$. Selecciona en cada uno de los incisos que siguen la opción correcta según la exigencia dada para los valores de ay b.

Si a > 0 y b = 0 entonces:

a. ___ f es par.

b. ___ f es impar.

c. ___ siempre existe un valor real $x_1 < 0$ para el cual $f(x_1)= 0$

d. ___ el gráfico de f nunca intercepta al eje de las ordenadas.

Si a < 0 y b > 0 entonces:

a. ___ para todos los valores del dominio de f, f(x) > 0.

b. ___ el gráfico de f intercepta al eje de las abscisas al menos en un punto.

c. ___ el gráfico de f es simétrico respecto al eje de la y.

d. ___ el vértice del gráfico de f está situado en el segundo cuadrante.

Si a = 0 y b ≠ 0 entonces:

a. ___ el conjunto imagen de f es {y ϵ R: y > b}.

b. ___ para todos los valores del dominio de fse cumple que f(x) = f(-x)

c. ___ el vértice de f está situado por encima del eje de las x.

d. ___ para x_1 ϵ Dom (f) resulta que $-x_1$ ϵ (-∞ , 0).

Si a ≠ 0 y b ≠ 0 entonces:

a) ___ para cualquier número real a siempre es posible calcular f(a).

b) ___ siempre existe un valor real $x_1 < 0$ para el cual $f(x_1)=0$.

c) ___ para todos los valores del dominio de f, f(x) > 0.

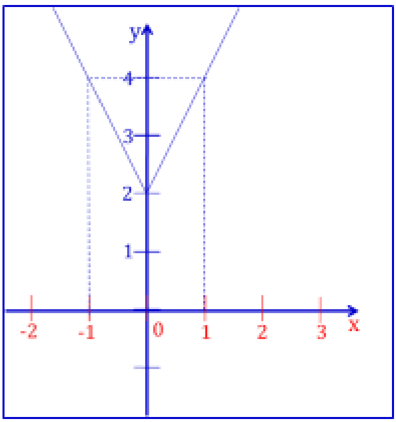
d) ___ para todos los valores del dominio de f se cumple que f(x) = f(-x)

28. El gráfico corresponde a una función modular de la forma:

$$y = a|x| + b$$

(a, b ϵ R) definida para todos los números reales.

Seleccione en cada caso la opción correcta para que cada una de las proposiciones sea verdadera:



Para los valores a y b correspondientes a la ecuación de la función fse cumple que:			
a)	__ $a > b$	c)	__ $a = b$
b)	__ $a < b$	d)	__ no se puede determinar
La ecuación de f se corresponde con:			
a)	__ $y=\|x\|+2$	c)	__ $y= -2\|x\|+2$
b)	__ $y =\|-2x\|+2$	d)	__ no se puede determinar
La ecuación f(x) =0 tiene como una solución a:			
a)	__ $x =2$.	c)	__ $x = 1$
b)	__ $x = -1$.	d)	__ no tiene solución
$f(x) > 0$ en el intervalo			
a)	__ $[-1 , 1]$	c)	__$(4, 0]$
b)	__ $[-2, 0)$	d)	__ $\{x\in R\}$

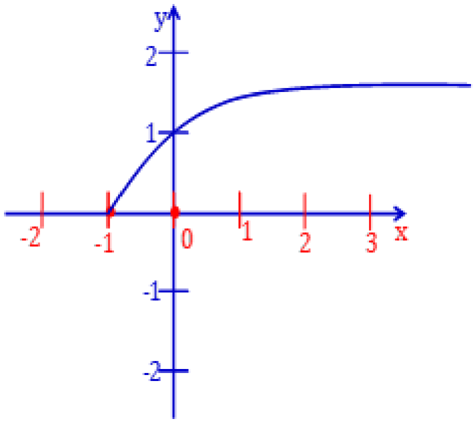
29 Dada la función: $f(x)=\|ax+b\|+2$ (a, b ϵ R: a ≠ 0)

. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V ó F) en la línea dada. De las que resulten falsas explique por qué lo son:

1. ____ Si f es par entonces $b = 0$.
2. ____ Si $a < 0$ entonces el conjunto imagen de f es $\{y \in R: y \leq 2\}$.
3. ____ Si $b < 0$ entonces la ecuación $f(x) = 0$ tiene al menos una solución en el conjunto de los números reales.
4. ____ el gráfico de la función f es simétrico respecto a la recta $x = b$.
5. ____ para todos los valores del dominio de f se cumple que $f(x) = f(-x)$.

30 El gráfico corresponde a una función de la forma $f(x)=\sqrt{(x+a)}+b$ (a, b ϵ R) definida para todos los números reales mayores e iguales que -1 .

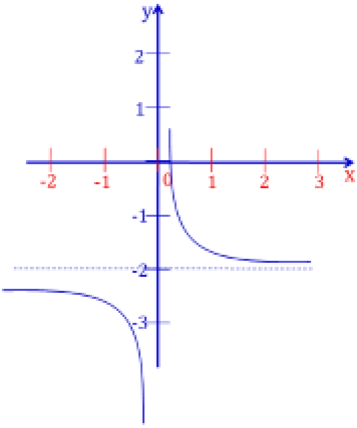
Seleccione en cada caso la opción correcta para que cada una de las proposiciones sea verdadera:



La ecuación de f se corresponde con:	
a) __ $f(x)=\sqrt{(x-1)}$	c) __ $f(x)=\sqrt{(x+1)}$
b) __ $f(x)=\sqrt{(x+1)}+1$	d)__ $f(x)=\sqrt{(x-1)}+1$
La función inversa f^{-1} de la función f tiene como conjunto imagen	
a) __ {y ϵ R: y ≥ -1}.	c) __ {y ϵ R: y ≥ -1}. .
b) __ {y∈R:y≥0}	d) __ {y ϵ R: y > -1}.
f(x) > 0 en el conjunto: :	
a) __ {x ϵ R: x < 1}.	c) __ {x ϵ R: x < 0}.
b) __ {x ϵ R: x > -1}.	d) __ {x ϵ R}.

31. El gráfico se corresponde con una función de la forma $g(x) = \frac{1}{x+a} + b$ (a, b $\in$ R) definida en el conjunto {x$\in$ R: x $\neq$ 0}.

Seleccione en cada caso la respuesta correcta



Para los valores a y b correspondiente a la ecuación de la función g se cumple que:

a)	__ a = -2 y b = 0	c)	__ a = 0 y b = 0
b)	__ a=0 y b -2	d)	__ no se puede determinar

La ecuación de g se corresponde con:

a)	__ $y = \frac{1}{x} + 2$	b)	__ $y = \frac{1}{x} - 2$
	__ $y = \frac{1}{x-2}$ $y = \frac{1}{x-2}$	c)	_ y=1/(x+2)-2
		d)	$y = \frac{1}{x+2} - 2$

G(x) = 0 para x igual a :

a)	__ 0	c)	__ 1
b)	__ 1/2	d)	__ N.T.S.

El gráfico de la función inversa g^{-1} de la función *g* interseca al eje de las ordenadas en

a)	__ y = 1	c)	__ y = 0
b)	__ y = 0.5	d)	__ no intercepta

Para la función g se cumple que $-2 < g(x) < 0$ para todos los valores del dominio pertenecientes al intervalo	
a) __ $\{ x \in R: x > 0\}$	c) __ $\{ x \in R: 0 < x \leq 0.5\}$
b) __ $\{ x \in R: 0 < x < 0.5\}$	d) __ $x \in (1/2 , \infty)$

32. Dada la función

$g(x) = \dfrac{1}{x-a} + b$ con (a, b ϵ R)

$fg(x) = \frac{1}{x+a} + b(a; b \in R)$ Completa las líneas en blanco de manera que cada una de las proposiciones sea verdadera.

a. g es impar para a = ___ y b = ____

b. El gráfico de la función g no intercepta al eje de las x cuando b = ___

c. El gráfico de la función g no intercepta al eje de las y cuando a = ____

d. El conjunto imagen de g es ____________________________________

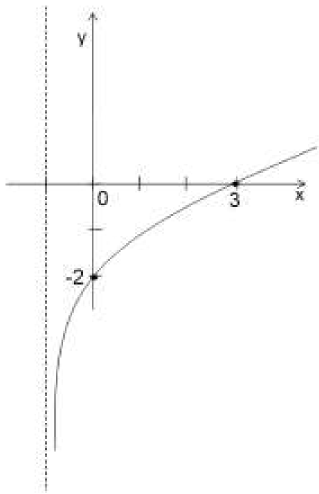
e. Para a = 0 y b = 0 la ecuación de la función inversa de g tiene por ecuación y = ____

f. Si b = 0 el conjunto solución de la ecuación g (x) = 0 es _______________.

33.El gráfico se corresponde con una función de la forma

$h(x) = \log_2 (x + a) + b$

Definida en el conjunto { x ϵ R: x > -1}.



Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V ó F) en la línea dada. De las que resulten falsas explique por qué lo son.

a. ____ La ecuación h(x) = 0 tiene como solución x = -2

b. ____ La ecuación h(x) = -2 tiene como única solución a x = 0.

c. ____ Para todos los valores del dominio de h pertenecientes al intervalo

(-1, 1) se cumple que h(x) < 0

d. ____ La función h es impar.

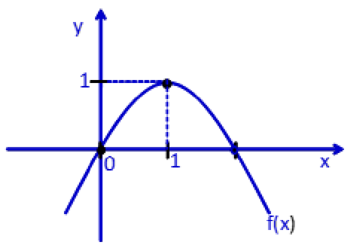
e. ____ La función h es par.

f. __ La función h es inyectiva

g. _ La inversa de la función h tiene como conjunto imagen {y ϵ R: y < -1}.

h. __ La función h tiene por ecuación $h(x) = \log_2(x-3) - 2$

34. Observa detenidamente el gráfico de la función cuadrática f, definida en el conjunto de los números reales por la ecuación f(x) = x (a - x).



Determina en cada caso:

a) El valor de a en la ecuación de la función f

b) El conjunto imagen de la función f (Img (f)).

c) El conjunto de los números reales x para los cuales se cumple que: f(x) > 0.

d) El conjunto de los números reales x para los cuales se cumple que: f(x) = 0.

Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). de las que resulten falsas explica por qué lo son.

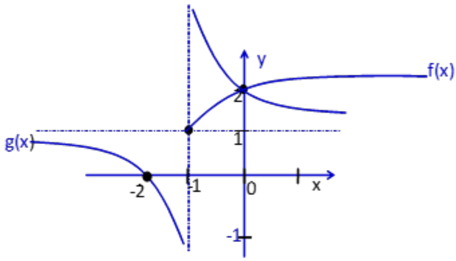
a) _____ La ecuación f(x) = 2 tiene al menos una solución real en el conjunto de los números reales.

b) _____ La ecuación f(x) = -2 tiene dos soluciones reales en el dominio de definición de la función f.

_____ $f(0) > f\left(\sqrt{2}\right)$

Resuelve la ecuación $2^{f(x)} - 4^{x} = 0$

35.Los gráficos representados se corresponden con:



f(x) es una función de proporcionalidad inversa definida para {x ϵ R: x ≠ -1 por la ecuación.

$$f(x)=\frac{1}{x+a}+b$$

g(x) es una función definida para {x ϵ R: x ≥ -1} por la ecuación .

$$g(x)=\sqrt{x+1}+1$$

A partir de observar detenidamente los gráficos y las ecuaciones que describen a los mismos determina:

a. El conjunto imagen de la función f (Imag (f)) .
b. El conjunto imagen de la función g (Imag(g)).
c. Imag (f) ∩ Imag(g).
d. El conjunto de los números reales x para los cuales se cumple que: f(x) = g(x)
e. Resuelve la ecuación g(x) = 0.
f. Determina el conjunto solución de la ecuación f(x) = 0

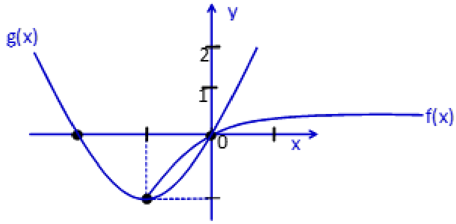
Completa en cada una de las proposiciones las líneas en blanco de manera que cada una de ellas resulte verdadera.

a) El punto de coordenadas (-1, 1) pertenece al gráfico de la función

b) X = -1 es una asíntota ____________ de la función g

c) Para todos los valores de x del intervalo (-1, 0] la función ____ es monótona decreciente y la función ____ es monótona creciente.

36. Observa detenidamente los gráficos de las funciones f y g.



La función f está definida en el conjunto de los números reales

$g(x) = x^2 + 2x$.

La función g está definida en el conjunto de los números reales mayores iguales que -1 por la ecuación.

$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$

a) Determina el conjunto imagen de la función f.

b) Halla el conjunto solución de la ecuación g(x) = 0.

c) Determina la ecuación de la función inversa de f.

d) Calcula

- f[g(1)]
- g[f(1)].

e) Resuelve la ecuación f(x)=0.

f) Determina un valor de x para el cual se cumpla que f(x) = g(x).

Completa en cada una de las proposiciones las líneas en blanco de manera que cada una de ellas resulte verdadera.

a) El vértice del gráfico de la función g(x) tiene por coordenadas ________.

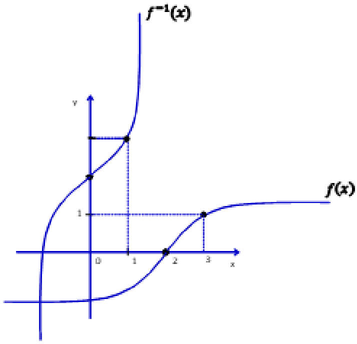
b) El punto (-3/2 , -3/4) pertenece al gráfico de la función ________.

c) El gráfico de la función g(x) es simétrico respecto a la recta _______.

d) Un intervalo donde ambos gráficos estén por debajo del eje de las abscisas es ___________.

e) Un intervalo donde ambos gráficos estén situados en el semieje negativo del eje de las abscisas es ___________.

37. Observa detenidamente los gráficos de las funciones f y g.



- La función f está definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$
- La función f $^{-1}$ es la inversa de la función f.

a Calcula

- $f^{-1}(0)$.
- $f^{-1}(1)$.

b Determina

c $f^{-1}[f(x)]$.

- $(f \circ f^{-1})_{(x)}$.

d. Calcula la distancia que hay entre el punto A(0, 2) perteneciente al gráfico de la función f^{-1} y las coordenadas del punto de intersección del gráfico de f con el eje de las abscisas.

e. Determina la ecuación de la recta que contiene a la mediatriz del segmento que une los puntos A(0,2) perteneciente al gráfico de la función f^{-1} y las coordenadas y el punto de intersección del gráfico de f con el eje de las abscisas.

f. Escribe un intervalo de números reales para los cuales se cumpla que cuando la función $f(x) > 0$, entonces $f^{-1}(x) = 0$

g. Determina la ecuación de f^{-1}

38. Las funciones f, g y h son tres funciones lineales definida en el conjunto de los números reales mediante:

- $p(x) = -4$
- $f(x) = -4x$
- $g(x) = -4x+1$

Analiza detenidamente cada una de las ecuaciones. Selecciona para cada una de las propiedades enunciadas a continuación, la ecuación o ecuaciones de las funciones que correspondan, para que cada una de las proposiciones resulte verdadera:

a. La ecuación de una función par se corresponde con: ________________.

b. La ecuación de una función impar se corresponde con: _________________.

c. El gráfico de la función que corta no corta al eje de las abscisas se corresponden con la función de ecuación: ____________________.

d. El gráfico de la función que corta al eje de las abscisas ($x_1 \neq 0$) se corresponden con la función de ecuación: ____________________.

e. Las función que para todos los valores reales x se cumple que $f(x) < 0$ es: ________.

f. El gráfico de la función que es simétrica respecto al punto de coordenadas (1/4, 0) se corresponde con _____________.

g. La función que su conjunto imagen coincide con el conjunto {-4} es la función ____________________.

h. El gráfico de la función que intercepta perpendicularmente a la función $y = 0.25x$ se corresponde con la función de ecuación ___________

39. Las funciones f, g, h y p son cuatro funciones cuadráticas definida en el conjunto de los números reales mediante:

- $p(x) = 1/4x^2$
- $f(x) = x^2 - 1/4$
- $g(x)= (x - 1/2)^2$
- $h(x) = (x -1/2)^2 +1/4$

Analiza detenidamente cada una de las ecuaciones. Selecciona para cada una de las propiedades enunciadas a continuación, la ecuación o ecuaciones de las funciones que correspondan, para que cada una de las proposiciones resulte verdadera:

a. Las ecuaciones de las funciones que representan funciones pares son: ___________________.

b. El gráfico de la función que corta al eje de la abscisa en dos puntos se corresponden con la función de ecuación: ______________________.

c. El gráfico de las funciones que corta al eje de las abscisas en un solo punto se corresponden con las funciones de ecuaciones ____________________.

d. El gráfico de la función que no corta al eje de las abscisas en ningún punto se corresponden con la función de ecuación ______________.

e. Las funciones que son positivas (mayores e iguales que cero) para todos los números reales son: ____________________________.

f. El gráfico de las funciones que son simétricas respecto a la recta $x = 1/2$ se corresponden a las funciones ___________________________.

g. La función que su conjunto imagen coincide con el conjunto $\{y \in R: y \geq \frac{1}{4}\}$ es la función ______________________.

h. El gráfico de la función que no tiene intercepto con la función lineal $f(x)=1/2$ se corresponde con la función de ecuación __________________________.

40. Dadas las funciones f, g, h y p definida en el conjunto de los números reales mediante:

$$p(x) = |x|$$
$$f(x) = -|x| + 1$$
$$g(x) = |x - 1|$$
$$h(x) = |x - 1| + 1$$

Analiza detenidamente cada una de las ecuaciones y clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V ó F) en la línea dada. De las que resulten falsas explique por qué lo son.

a. _____ Las funciones p(x) y f(x) son pares.

b. _____ Las ecuaciones g(x)=0 y p(x)=0 tienen como solución a x = 0 y x = 1respectivamente.

c. _____ Los gráficos de las funciones f(x) y h(x) no interceptan al eje de las abscisas para ningún valor perteneciente al conjunto de los números reales.

d. _____ p(x) ≥ 0 para todos los números del conjunto {x ϵ R}.

e. _____ {y ϵ R: y ≥ 1} es el conjunto imagen de la función f.

f. _____ De las cuatro funciones dadas, solamente el gráfico de la función h, es simétrico respecto a la x = 1.

41. Las funciones f, g, h y p son cuatro funciones logarítmicas definida en el conjunto de los números reales que se indica en cada una de las ecuaciones:

- $p(x) = \log_2 x$
- $p(x) = \log_2 x + 2$
- $g(x) = \log_2 (x - 2)$
- $h(x) = \log_2 (x - 2) + 1$

Analiza detenidamente cada una de las ecuaciones y clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V ó F) en la línea dada. De las que resulten falsas explique por qué lo son.

a. ____ la función de ecuación $y = 2^{x-2}$ es la función inversa de la función g(x),

b. ____ el gráfico de la función p(x) intercepta en dos puntos al eje de las abscisas,

c. ____ la ecuación h(x) = 0 no tiene solución para los valores del dominio de definición de h,

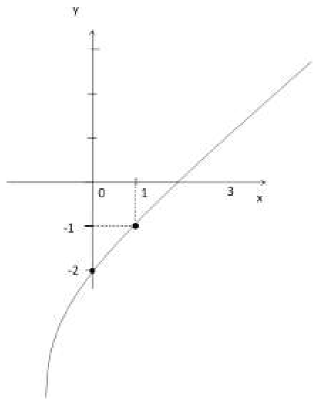
d. ____ el punto (2 ; 0) pertenece al gráfico de la función g(x)

e. ____ la recta x = 2 es una asíntota vertical del gráfico de la función p(x)

f. ____ el conjunto imagen de la función f(x) es el conjunto formado por $\{y \in R: y > 2\}$.

g. ____ la recta x = 2 es una asíntota vertical del gráfico de la función p(x)

h. ____ el gráfico de la función h(x) se corresponde con



42. A continuación, se relacionan dos ecuaciones que se corresponden con una función logarítmica y otra exponencial y al lado se especifica el dominio de definición de la variable x en cada una de las funciones relacionadas:

- p(x)= log (x-1) Dom (p)= $(1, \infty)$.
- $z(x) = 2^x + 1$ Dom (z) = $\{x \in R\}$

a. ¿Cuáles de las funciones dadas tienen asíntota vertical?.

b. ¿Cuáles de las funciones dadas tienen asíntota horizontal?.

c. ¿Cuál gráfico de las funciones dadas intercepta al eje de las ordenadas?.

d. ¿Cuál gráfico de las funciones dadas intercepta al eje de las ordenadas?.

e. ¿Cuáles de las funciones dadas son positivas (mayores e iguales a cero) para todos los valores del dominio de definición de la función?.

f. ¿Cuáles de las funciones dadas admiten inversas?.

43. A continuación se relacionan un conjunto de ecuaciones que se corresponden con funciones estudiadas hasta el momento y al lado se especifica el dominio de definición de cada una de las funciones relacionadas:

- f(x)= x + 1 Dom(f) = {x ϵ R}.
- g(x) = x^2 +1 Dom (g) ={x ϵ R}
- $h(x)=|x|+1$ Dom (g) ={x ϵ R}
- $r(x)=\frac{1}{x}+1$ Dom(r)= R\{0}
- p(x)= logx +1 p(x)=logx+1Dom(p)=(0;+∞) Dom(p)=(0, ∞)
- z(x)= 2^x + 1 Dom(z)= {x ϵ R).

a. ¿Cuáles de las funciones dadas tienen asíntota vertical?. Escribe la ecuación de la asíntota en cada caso identificado.

b. ¿Cuáles de las funciones dadas tienen asíntota horizontal?. Escribe la ecuación de la asíntota en cada caso identificado.

c. ¿Cuáles de los gráficos de las funciones dadas no interceptan al eje de las ordenadas?

d. ¿Cuáles de los gráficos de las funciones dadas no interceptan al eje de las abscisas?

e. ¿Cuáles de los gráficos de las funciones dadas describen funciones pares? Fundamenta tu selección.

f. ¿Cuáles de los gráficos de las funciones dadas describen funciones impares?.Fundamenta tu respuesta.

g. ¿Cuáles de las funciones dadas admiten inversas?

44. A continuación, se relacionan un conjunto de ecuaciones que se corresponden con funciones estudiadas hasta el momento y al lado se especifica el conjunto de valores de definición de la variable x en cada una de las funciones relacionadas

- $f(x) = x+1$ $\quad Dom(f) = \{x \in \mathrm{R}\}$.
- $g(x) = (x-1)^2 + 1$ $\quad Dom(g) = \{x \in \mathrm{R}\}$.
- $h(x) = |x-1| + 1$ $\quad Dom(h) = \{x \in \mathrm{R}\}$.
  $r(x) = \dfrac{1}{x-1} + 1$ $\quad Dom(r) = \mathrm{R},\ \{1\}$
- $p(x) = log(x-1) + 1$ $\quad Dom(p) = (1\ ;+\infty)$.
- $z(x) = 2^{x-1} + 1$ $\quad Dom(z) = \{x \in \mathrm{R}\}$.

45. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V o F) en la línea dada. De las que resulten falsas explique por qué lo son.

a. ____ las funciones f y r son impares.

b. ____ las funciones g no es par.

c. ____ el gráfico de la función z no intercepta al eje de las abscisas.

d. ____la ecuación de la función inversa z^{-1} de la función z es .

$z^{-1} = \log_{x-1}(2) - 1$

e. ____ el gráfico de la función inversa de la función r no intercepta al eje de las ordenadas.

f. ____ la ecuación g(x) =0 tiene al menos una solución real en el conjunto de definición de g.

g. ____ p[z(x)] = x

46. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (v) o falsas (f). de las que resulten falsas explica por qué lo son.

___ El conjunto de números reales x para los que está definida la expresión $\frac{(x-2)^2}{x-2}$ es $\{x \in R\}$.

___ La función exponencial f de ecuación $f(x) = 3^{\frac{1}{2}x-1}$ es monótona decreciente en todo su dominio.

___ Si $a \in [2\ ;+\infty)$, entonces siempre es posible calcular $\sqrt{\frac{(a-2)^2}{(a-2)(a+2)}}$.

___ El gráfico de toda función lineal $f(x) = mx + n$ $(m,n \in R)$ corta al eje de las abscisas.

___ La función cuya ecuación es $\log_{1,2}(x+7)-3$ es monótona creciente en todo su dominio.

___ El conjunto imagen de la función h definida en R mediante la ecuación $h(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x-4} - \frac{3}{5}$ es $\left\{y \in R : y \geq -\frac{3}{5}\right\}$.

___ La función g definida en R por la ecuación $g(x) = 2x$ es una función impar.

___ El gráfico de toda función lineal de la forma $y = mx + n$ $(m,n \in R)$ intercepta al eje de las ordenadas.

___ Si f es una función lineal de la forma $f(x) = -4x + 1$, entonces la inversa f^{-1} de f tiene por ecuación $f^{-1}(x) = 0,25(1-x)$.

___ La función p definida por la ecuación $p(x) = \frac{1}{x} - 2$ es negativa solamente para los números pertenecientes al intervalo $(-\infty\ ;0)$.

___ El dominio de la función f, de ecuación $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ es el conjunto de los números reales.

___La función g definida en R por la ecuación 2^{2x}, es par.

___ La expresión $\frac{1}{3-x} - 3$ es negativa para los valores reales x tales que $x \in (-\infty\ ;3) \cup (3\ ;+\infty)$.

___ La función inversa f^{-1} de la función $f(x) = (0,1)^x$, tiene por ecuación $f^{-1}(x) = -\log_{10} x$.

___ La función r definida en los números reales por $r(x)=|x+1|$ no tiene ceros.

___ Toda función cuadrática de la forma $f(x)=(ax)^2\ (a\in \mathbb{R}: a\neq 0)$ es par.

___ Si A es el conjunto de valores admisibles de la expresión $\log_2\left(\frac{x-1}{x}\right)$, entonces A={x∈R:x≠0}.

___La función lineal $y=0,8x$ es impar.

___La función h definida por la ecuación $h(x)=\sqrt{x+1}$ no tiene ceros.

___El gráfico de la función g de ecuación $g(x)=\log_{\frac{3}{4}}(x-1)-1$ no intercepta al eje de las ordenadas.

___La función constante y = 3 es inyectiva.

___Para todos los números reales x se cumple que $\left(\frac{3}{2}\right)^{\cos^2 x-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{sen^2 x}$.

___La función modular de ecuación $f(x)=|-x|+1$ no tiene ceros.

___El gráfico función f de ecuación $f(x)=(x-1)^2+a\ (a\in \mathbb{R})$ no intercepta al eje de las abscisas en ningún valor de $x\in \mathbb{R}$.

___Si $x\in \mathbb{R}$ se cumple que $1+\log_{\frac{1}{3}} 3^{sen^2 x}=cos^2 x$.

___Si α y β son las amplitudes de dos ángulos consecutivos de un paralelogramo, entonces $sen\,\alpha=\cos\beta$.

___ Si la función cúbica $f(x)=(x-1)^3+1$ definida en el conjunto de los números reales tiene como función inversa la función $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}+1$, entonces $f\left(f^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

___ Si el gráfico de la función de ecuación del tipo $f(x)=|x+a|+b$ $(a,b\in \mathbb{R}: a\bullet b\neq 0)$ intercepta al eje de las abscisas en x_1= -4, entonces el gráfico de f también intercepta al eje de las abscisas en x_2 = 4.

___El conjunto imagen de la función f definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f(x)=1-4x^2$ es $\{y\in \mathbb{R}: y\geq 1\}$

___El conjunto solución de la ecuación $\log_5 x+\log_5(3x-1)-\log_5 2=0$ es $\left\{1\,;-\frac{2}{3}\right\}$.

___El conjunto imagen de la función f de ecuación $f(x)=\frac{1-x}{x}$ es $\{y\in \mathbb{R}: y\neq 0\}$.

___El dominio de la función p definida por la ecuación $p(x)=\sqrt[3]{x-1}+3$ es el conjunto de los números reales.

___La función p definida en el conjunto de los números reales de ecuación $p(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{8}x}$ es impar.

___ Un conjunto de números reales x para los que está definida la expresión $\frac{senx-1}{sen^2x}$ es el intervalo de $(0\,;\pi)$.

___ La función exponencial f de ecuación $f(x)=3^{\frac{1}{2}x-1}$ es monótona decreciente en todo su dominio.

___ El conjunto imagen de la función f definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f(x)=\frac{x+2}{2}$ es $\{y\in \mathrm{R}\}$.

___ El gráfico de toda función lineal $f(x)=mx+n\ (m,n\in \mathrm{R})$ corta al eje de las abscisas.

___ La función cuya ecuación es $\mathrm{y}=-\log_{\frac{2}{3}}x$ es monótona decreciente en todo su dominio.

___ La función g definida en R por la ecuación $g(x)=3$ es una función impar.

___ La función p definida por la ecuación $p(x)=logx-1$ es negativa solamente para los números pertenecientes al intervalo $(-1\,;+\infty)$.

___ El dominio de la función f, de ecuación $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ es el conjunto de los números reales.

___La función g definida en R por la ecuación $\sqrt{2x}$, es par.

___ La función r definida en los números reales por $r(x)=|x+1|$ es simétrica respecto a la recta x= -1

___ Toda función cuadrática de la forma $f(x)=x^2+2ax+a^2\quad(a\in \mathrm{R}:a\neq 0)$ es par.

___ Si A es el conjunto de valores admisibles de la expresión $\sqrt[3]{\frac{x+1}{x}}$, entonces A=$\{x\in \mathrm{R}:x\neq 0\}$

___La función $y=8x^3$ es impar.

___La función h definida por la ecuación $y=\sqrt{x+1}+1$ no tiene ceros.

___El gráfico de la función g de ecuación $g(x)=2^x+1$ no intercepta al eje de las ordenadas.

___Para todos los números reales x se cumple que $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\left(\frac{3}{2}\right)^{sen^2x+cos^2x}$.

Geometría Plana

La solución de ejercicios geométricos de igualdad y semejanza de triángulos, constituye una forma de fijar propiedades y relaciones de los conceptos geométricos estudiados hasta el momento. De ahí que una problemática común en muchos casos a la hora de tratar ejercicios de este contenido es "intenta fijar los que no se sabe", en este sentido es notorio la ocupación que en el ámbito de la enseñanza de la Matemática se le otorga al "procedimiento" de solución, en detrimento en muchos casos de los conocimientos necesarios que permiten organizar y desarrollar el propio procedimiento.

La forma de trabajar y discutir los ejercicios que se le proponen como parte del material exigen:

1. La comparación de los conceptos geométricos en atención a las características que sirven de base a su definición. El análisis de propiedades comunes y diferentes.
2. El establecimiento de nexos entre los conceptos geométricos y sus relaciones.
3. La utilización de diagramas, figuras de análisis, esquemas u otros medios o recursos de aprendizaje en fundón de la visualización y la comprensibilidad del contenido del ejercicio.
4. La aplicación en la solución de ejercicios de las propiedades y características que les son inherentes a los diferentes conceptos y procedimientos de trabajo. A partir de reconocer que:

Conceptos esenciales que se deben tener en cuenta en la solución de ejercicios sobre el contenido de igualdad y semejanza de triángulos:

1. Igualdad de triángulos
2. Grupo de Teoremas de las transversales.
3. Semejanza de triángulos.

Contenidos en la Educación Superior relacionados con la geometría plana

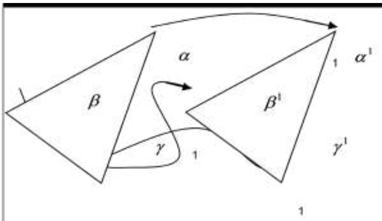
- Cálculo en figuras planas (incluyendo ejercicios en que se aplique la trigonometría).
- Demostración de posiciones relativas entre rectas, de la igualdad de longitudes de segmentos y de la igualdad de amplitudes de ángulos.

Para los ejercicios de cálculo y demostración se aplicarán los contenidos relativos a:

- **Ángulos. Ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, de lados respectiva- mente paralelos o perpendiculares y entre paralelas. Polígonos y sus propiedades. Ángulos en la circunferencia: central, inscrito y** semiinscrito.
- Relaciones métricas en la circunferencia.
- Igualdad y semejanza de triángulos. Grupo de Teoremas de Pitágoras y de las transversales.
- Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera
- Fórmulas para el cálculo de áreas de figuras planas (incluyendo ejercicios en que se aplique la trigonometría).

Una información básica y necesaria sobre algunos de los conceptos anteriores:

Igualdad de triángulos



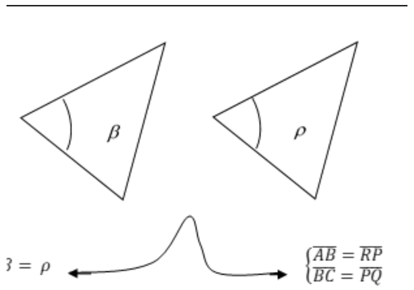
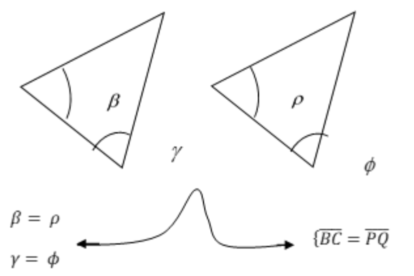
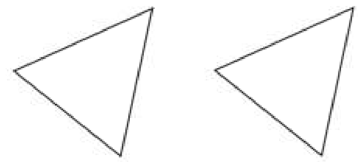
Dos triángulos son iguales cuando superpuestos coinciden sus vértices (existe un movimiento que transforma a uno en el otro). Si dos triángulos son iguales, entonces sus tres lados y sus tres ángulos son respectivamente iguales.

$\alpha = \alpha^1 \longleftrightarrow \overline{AB} = \overline{AB}^1$

$\beta = b^1 \longleftrightarrow \overline{BC} = \overline{BC}^1$

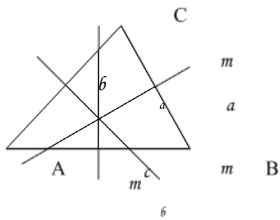
$\gamma = \gamma^1 \longleftrightarrow \overline{AC} = \overline{AC}^1$

Ángulos y lados homólogos

Si dos triángulos tienen dos lados y los ángulos comprendidos respectivamente iguales, entonces son iguales. *lal*	
Si dos triángulos tienen un lado y los ángulos adyacentes a ese lado respectivamente iguales, entonces estos triángulos son iguales *ala*	
Si dos triángulos tienen sus tres lados respectivamente iguales, entonces estos triángulos son iguales. *lll*	 $\begin{cases}\overline{AB} = \overline{RP}\\ \overline{BC} = \overline{PQ}\\ \overline{CA} = \overline{QR}\end{cases}$

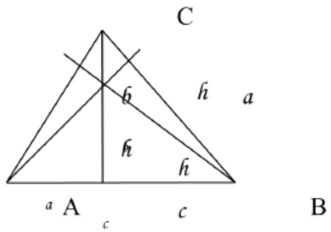
Se llama **mediatriz** de un triángulo a las rectas que pasan por los puntos medios de los lados del triángulo y de forma perpendicular.

Al punto de intersección de las mediatrices se le llama circuncentro.



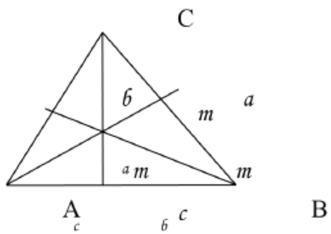
Se llaman **alturas** de un triángulo ABC a los segmentos y   a las perpendiculares trazadas desde los vértices del triángulo a las rectas que contiene a los lados opuestos; los pies de dichas perpendiculares se llaman pie de las alturas.

Al punto de intersección de las alturas se le llama ortocentro.

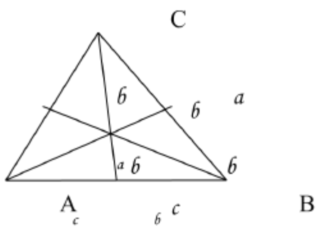


Se llaman **medianaS** de un triángulo ABC a los segmentos y determinados por los vértices del triángulo y el punto medio de los lados opuestos.

El punto de intersección de las medianas se llama baricentro.



Se llaman **bisectrices** de un triángulo ABC a los segmentos de las bisectrices y de los ángulos interiores A, B y C del triángulo, determinados por los vértices y el lado opuesto a cada uno de ellos.



Al punto de intersección de las bisectrices se llama incentro.

Todo punto situado en la bisectriz equidista de los lados del ángulo.

Todo punto situado en la mediatriz equidista de los extremos del segmento.

La **razón** entre dos números y es la fracción $\frac{a}{b} b \neq 0$.

Para hallar la razón entre dos números se plantea el cociente entre ellos y se simplifica tanto con sea posible.

La igualdad entre razones es una **proporción.**

En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

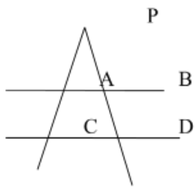
Razón entre segmentos: segmentos proporcionales.

Llamamos **razón** entre dos **segmentos** a la razón entre los números que expresan sus medidas en la misma unidad de longitud.

Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son proporcionales a los segmentos $\overline{A_1B_1}$ y C_1D_1 si $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{C_1D_1}$

Teorema de las transversales

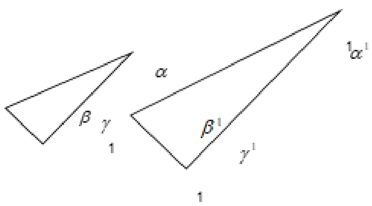
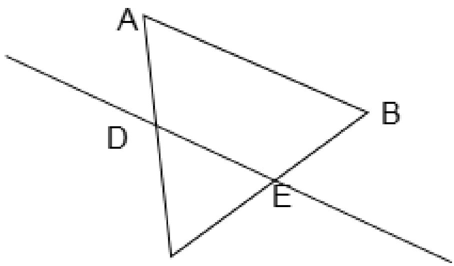
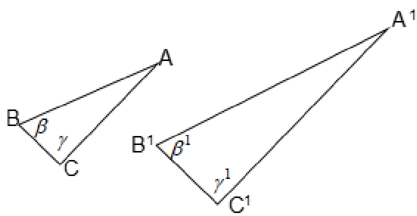
$\frac{\overline{PA}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{BD}}$
$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PD}}$
$\frac{\overline{AC}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{PD}}$

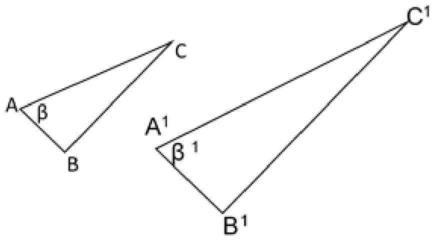
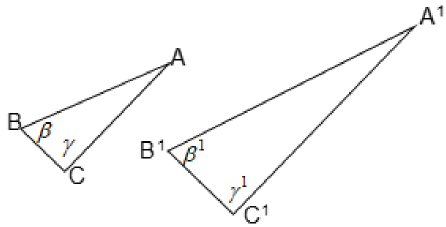


Si dos semirrectas de origen común son cortadas por varias rectas paralelas, entonces se cumple que la razón entre dos segmentos de una de ellas es igual a la razón entre los dos segmentos correspondientes en la otra.

Recíproco del teorema de las transversales

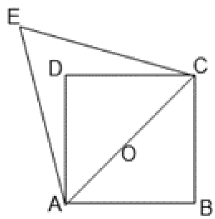
Si dos semirrectas de origen común son cortadas por varias rectas de manera que la razón entre dos segmentos de uno de ellos es igual a la razón entre los dos segmentos correspondientes en la otra, entonces las rectas son paralelas.

Semejanza de triángulos	
	Dos triángulos son semejantes si tiene sus ángulos respectivamente iguales y sus lados homólogos son proporcionales. $\alpha = \alpha^1 \longleftrightarrow \overline{AB} = k\overline{AB}^1$ $\beta = b^1 \longleftrightarrow \overline{BC} = k\,\overline{BC}^1$ $\gamma = \gamma^1 \longleftrightarrow \overline{AC} = k\,\overline{AC}^1$ Ángulos y lados homólogos
Toda recta paralela a un lado de un triángulo forma con los otros dos lados (o con sus prolongaciones) otro triángulo que es semejante al triángulo dado $ED \parallel AB \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta CDE$	
Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivamente iguales, entonces son semejantes $\beta = \beta^1, \quad \gamma = \gamma^1 \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A^1B^1C^1$	

Si dos triángulos tienen dos lados respectivamente proporcionales e igual el ángulo comprendido entre dichos lados, entonces estos triángulos son semejantes. $\left.\begin{array}{r}\beta=\beta^{1}\\ \overline{AB}=k\,\overline{A^{1}B^{1}}\\ \overline{BC}=k\,\overline{B^{1}C^{1}}\end{array}\right\}\Rightarrow \triangle ABC\sim\triangle A^{1}B^{1}C^{1}$	
Si dos triángulos tienen sus tres lados respectivamente proporcionales, entonces son semejantes. $\left.\begin{array}{r}\overline{AC}=k\,\overline{A^{1}C^{1}}\\ \overline{AB}=k\,\overline{A^{1}B^{1}}\\ \overline{BC}=k\,\overline{B^{1}C^{1}}\end{array}\right\}\Rightarrow \triangle ABC\sim\triangle A^{1}B^{1}C^{1}$	

Ejercicios propuestos

1. En En la figura ABCD es un cuadrado, El triángulo ACE isósceles, la recta BE contiene a la diagonal DB,AC diagonal, O punto de intersección de las diagonales y el $\angle DEC=15^{0}$



a) Seleccione según los datos de la figura el conjunto formado:

A. Por todos los triángulos rectángulos.

B. Por todos los triángulos isósceles.

C. Por todos los triángulos obtusángulos.

D. Por un conjunto de triángulos de igual área.

b) De la línea A, determine:

- dos triángulos iguales,
- dos triángulos semejantes.
- la razón de semejanza entre los dos triángulos semejantes anteriores.

  Justifique cada caso.

c) De la línea B, determine:

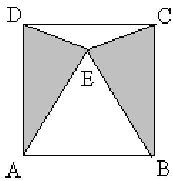
- tres parejas de triángulos en la que la razón entre las áreas de cada pareja es igual a 1.
- dos triángulos semejantes
- Todos los triángulos que tengan por una de sus alturas un segmento de longitud igual a la del segmento $\overline{O}$

Clasifique el cuadrilátero. ABCE

2. En la figura, ABCD es un cuadrado de 8,0 cm de lado. E, punto interior de ABCD formándose el triángulo ABE equilátero.

a) Demuestra que $\overline{E} = \overline{E}$.

b) Calcula el área de la región sombreada.



3. En la figura se muestra un semicírculo de centro O y diámetro $\overline{C}$ en que se ha inscrito el triángulo .

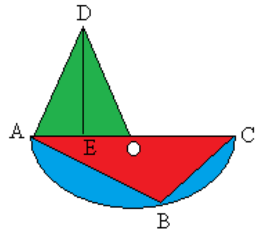
- El triángulo AOD es isósceles de base $\overline{AO}$.
- E es el punto medio de $\overline{AO}$.

$\overline{BC}$ $\overline{AD}$

a). Demuestra que: $ABC \sim DEO$.

b). Prueba que $\overline{EO}=\frac{1}{2}\sqrt{\overline{BC}.\overline{DO}}$

c). Si $CAB=300$ y el área del triángulo AOD es de $4\sqrt{3}cm^2$, calcula el perímetro del semicírculo.



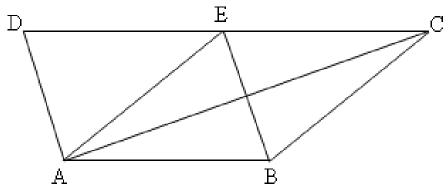
4. En la figura:

- ABCE es un rombo de 1,0 m de perímetro.
- C,D y E son puntos alineados.
- ΔAED isósceles de base (AO)̅.
- (AD)̅=14 cm

a). Prueba que los triángulos BCE y AEDson iguales.

b). Calcula la longitud de $\overline{AC}$

c). Halla el área del trapecio $ABCD$.

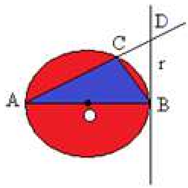


5. En la figura se tiene una circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB}$.

- La recta r es tangente en el punto B a la circunferencia dada.
- La cuerda $\overline{AC}$ forma un ángulo de $45o$ con $\overline{AB}$.
- Se prolonga la cuerda $\overline{AC}$ por C hasta cortar a la recta r en el punto D.
- Se sabe que la longitud del diámetro es $4\sqrt{2}\ cm$.

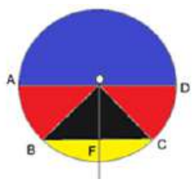
a). Hallar el perímetro del ABC.

b). Prueba que $BCA = BCD$



6. Los puntos A,B,C y D pertenecen a la circunferencia de centro O, el $\angle BOA = \angle OCB$, pertenece a la cuerda $\overline{BC}$, $\overline{OF} = \overline{BF}$ y $\overline{AD}$ diámetro.

a) Forme, con los puntos dados en la figura y de acuerdo a los datos que se ofrecen, el conjunto formado por:



1. Por todos los triángulos rectángulos.
2. Por todos los triángulos isósceles.
3. Por todos los trapecios rectángulos.
4. Por todos los trapecios isósceles.
5. Por todos los paralelogramos.

Justifique cada caso

b) Determine:

- Dos parejas de triángulos iguales entre sí.

V ____= V ____

V ____= V ____

V ____= V____

- Dos parejas triángulos semejantes entre si:

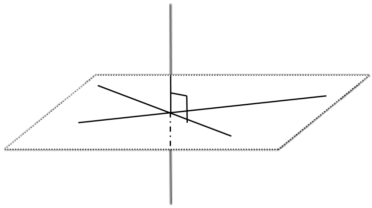
V ____~ V ____

V ____~ V ____

- Calcule la razón entre el área del trapecio ABCD y el área del ΔBOC.
- Si $\overline{FC}$=2,3 cm calcule el área del trapecio ABCD.

Geometría del espacio

Teorema de las tres perpendiculares: Si una recta de un plano que pasa por el pie de una oblicua al plano, es perpendicular a la proyección de la oblicua, entonces es perpendicular a la oblicua.

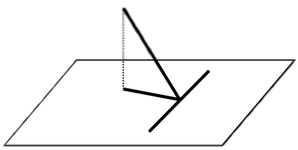


. $\overline{AB}$: oblicua;

$\overline{BC}$: Proyección de $\overline{AB}$ sobre el plano α.

Si $\overline{BC} \perp r$; entonces $AB \perp r$

Recíproco del teorema de las tres perpendiculares:



Una recta trazada en un plano por el pie de una oblicua, perpendicularmente a esta oblicua, es perpendicular a la proyección de la misma.

Postulados y teoremas.

Por un punto exterior a un plano se pueden trazar infinita cantidad de rectas paralelas al mismo, y una sola recta perpendicular al plano (distancia del punto al plano).

Tres puntos no alineados forman uno y solo un plano.

Dos rectas paralelas determinan uno y solo un plano.

Por un punto y una recta que no lo contiene pasa uno y solo un plano.

Dos rectas que se cortan forman uno y solo un plano.

Si 2 rectas no son paralelas y no se cortan, entonces se cruzan (alabeadas).

Una recta es paralela a un plano si es paralela a una recta contenida en el plano.

Una recta es perpendicular a un plano si es perpendicular a 2 rectas contenidas en el plano que pasen por el pie de esta.

Si un plano corta a una recta, entonces corta a todas las paralelas a ella.

Si por un punto fuera de un plano se traza una perpendicular y varias oblicuas, se cumple que:

La perpendicular es menor que las oblicuas.

- A oblicuas iguales le corresponden proyecciones iguales.
- A la mayor oblicua le corresponde la mayor proyección.

Las proyecciones de dos rectas paralelas son paralelas entre sí.

Un prisma es recto si todas sus aristas laterales son perpendiculares al plano base, y es regular si además de ser recto su base es regular.

Una pirámide es recta si su altura coincide con el segmento que une al vértice exterior del plano base con el centro de la base, y es regular si además de ser recta su base es regular.

Un cilindro circular es recto si sus generatrices son perpendiculares al círculo base.

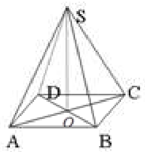
Un cono circular es recto si su altura coincide con el segmento que une al vértice exterior al plano base con el centro base.

Una recta y un punto exterior a la misma determinan un plano y solo uno.

Si una recta es perpendicular a un plano, entonces es perpendicular a toda recta del plano que pase por su pie.

Ejercicios

1. La figura muestra la pirámide regular $ABCDS$ de base cuadrada, $\overline{SO}$ altura de la pirámide.



Si

$$\overline{AB} = 8m \quad ,$$

a) Calcule el perímetro del triángulo formado por una arista lateral, su proyección y la altura de la pirámide.

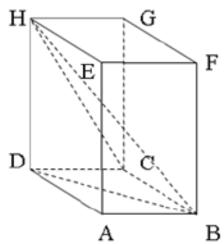
b) Exprese una fórmula para calcular el área de un triángulo formado por la altura de una de las caras, su proyección y la altura de la pirámide.

c) Calcule el área lateral de la pirámide.

d) Calcule el volumen de la pirámide.

a) ¿La pirámide $ABDS$ es recta? Justifique.

2. La figura muestra un prisma recto $ABCDEFGH$. La base del prisma, el cuadrado $ABCD$ y la diagonal $\overline{HB}$ forma con la base $ABCD$ un ángulo de 45^0



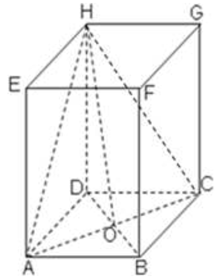
a) Si la $\overline{AB} = 8m$, $\overline{BC} = 6m$ y $\overline{BH} = 26m$. Calcule el volumen y el área total del prisma.

b) ¿Qué tipo de triángulo se forma según sus lados, al unir los vértices G, A y B?. Justifique.

c) Calcule el volumen del prisma $ABCEFG$.

d) Si la base del prisma recto dado fuese un cuadrado ¿Se puede afirmar que el prisma es un cubo? Justifique.

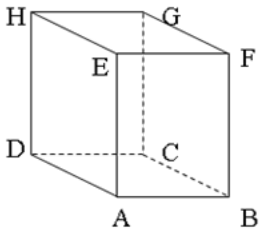
3. El prisma recto $ABCDEFGH$ de la figura, tiene en una de sus bases el cuadrado ABCD, cuyas diagonales están a la razón $2 \; (\overline{AC} > \overline{DB})$; además se conoce que el tienen una amplitud de 60^0.



a) Si el perímetro del cuadrado $ABCD$ es de $32dm$. Calcula el volumen resultante, al extraer del volumen del prisma recto $ABCDEFGH$ el volumen de la pirámide $ACDH$.

b) Calcule el volumen de la pirámide $EFGHO$.

4. La figura muestra un prisma recto $ABCDEFGH$, $ABCD$ es un rectángulo.



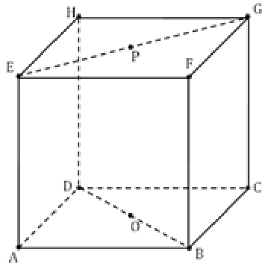
a) Si la $\overline{AB} = 8m$, $\overline{BC} = 6m$ y $\overline{BH} = 26m$. Calcule el volumen y el área total del prisma.

b) ¿Qué tipo de triángulo se forma según sus lados, al unir los vértices G, A y B?. Justifique.

c) Calcule el volumen del prisma $ABCEFG$.

d) Si la base del prisma recto dado fuese un cuadrado ¿Se puede afirmar que el prisma es un cubo? Justifique.

5. En la figura se ha representado el prisma recto ABCDEFGH de base los rectángulos ABCD y EFGH. O y P son los puntos de intercepción de las diagonales de las bases. Usando regla y/o cartabón identifica o construya. Fundamenta cada caso:



a. Un ángulo recto.

b. Un ángulo agudo.

c. Un ángulo obtuso en el que uno de sus lados no este contenido en el mismo plano que el otro lado.

d. Un triángulo rectángulo.

e. Un triángulo isósceles.

f. Una perpendicular al plano que contiene a la base ABCD.

g. Una oblicua al plano que contiene a la cara BCGF.

h. Una oblicua que tenga como proyección la diagonal $\overline{AC}$.

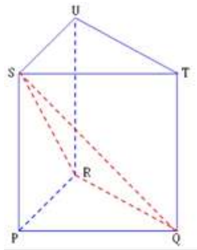
i. Una oblicua que tenga como perpendicular al lado $\overline{DH}$.

j. Una recta que pase por el pie de la oblicua $\overline{GB}$.

k. Una recta que pase por el pie de la perpendicular $\overline{OP}$.

l. Una oblicua que tenga como proyección un segmento de igual longitud a la proyección de la oblicua $\overline{HO}$.

6. En la figura se ha representado el prisma recto PQRTUS de base los triángulos rectángulos QRP y TUS en los vértices R y Q respectivamente. Usando regla o cartabón identifica o construya. Fundamenta cada caso.

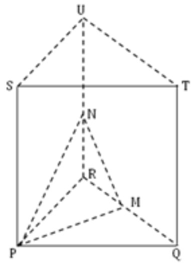


a. Un ángulo recto.
b. Un ángulo recto en el que uno de sus lados no este contenido en los planos que contienen a las bases del prisma.
c. Una oblicua que sea perpendicular al segmento RQ.
d. Un segmento que sea perpendicular al plano que contiene la base QRP.
e. Dos triángulos que sus áreas sean iguales y no estén contenidos en las bases del prisma.
f. Dos oblicuas que tengan la misma proyección.
g. Dos proyecciones en el que una de ellas no este situada en la base PQR y tengan la misma oblicua.

7. La figura muestra un prisma recto de bases los triángulos isósceles RPQ y UST de bases RQ y UT respectivamente. M y N son los puntos medios de los lados RQ y UR .

a) Demuestra que el triángulo NMP es rectángulo.

b) Si $\overline{\mathrm{TR}} = 10\,cm$ y el área del triángulo NMP es de $6\,cm^2$. Calcula el perímetro del Δ NMP.



Ejercicios facultativos

1) El polinomio $-2x^3 + 2xy^2 - 7x^2 z - 9xyz + 2y^2 z + 2xz^2 + 7z^3$ puede escribirse como el producto de tres polinomios no constantes con coeficientes enteros. Determina estos tres polinomios.

2) Sea p(x) = $ax^2 + bx + c$, determina los valores de a, b y c para que:

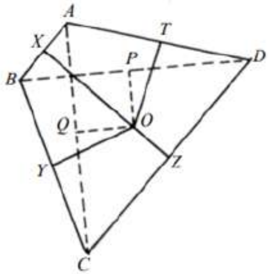
$$P(x) = \sqrt{x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1}$$

3) Si se sabe que: $\log_4 125 = c$ *Hallar* $\log_{10} 64$

4) Sea $f(x) = \dfrac{3x^2 + x - 2}{x^2 - 2}$

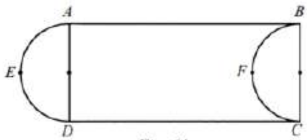
hallar todos los valores enteros de x para los cuales: $f(x) \in \mathbb{Z}$.

5) ABCD es un cuadrilátero cualquiera (figura a continuación), P y Q los puntos medios de las diagonales BD y AC respectivamente. Las paralelas por P y Q a la otra diagonal se cortan en O. Si unimos O con los cuatro puntos medios de los lados X, Y, Z y T se forman cuatro cuadriláteros, OXBY, OYCZ, OZDT y OTAX. Prueba que los cuatro cuadriláteros tienen la misma área (López Anguita, 2014).



6) Sean ABCD un rectángulo, E el punto medio de BC y F el punto medio de CD. Sea G el punto de intersección de DE con BF. Si $\angle FAE = 20°$, ¿cuánto mide el $\angle EGB$.

7) ABCD es un rectángulo (figura a continuación) con AB = 2AD; AD y BC son diámetros de los semicírculos AED y BFC. Si AD = 6 dm. ¿Cuántos cuadraditos unidad se necesitarán en el área de ABFCDE?



Soluciones a ejercicios facultativos

1) Si el polinomio puede factorizarse como el producto de tres polinomios, entonces

$-2x^3 + 2xy^2 - 7x^2 z - 9xyz + 2y^2 z + 2xz^2 + 7z^3 = (ax + by + cz)(dx + fz)(gx + hy + iz)$

multiplicando, reduciendo términos semejantes y utilizando el método de los coeficientes indeterminados correctamente, se obtienen todos los polinomios del tipo que aparecen como factores, uno de estos es

$2x + 2y - 7z)(x + z)(x + y - z)$

2) $P(x)=\sqrt{x^4+6x^3+7x^2-6x+1}$ = $ax^2 + bx + c$, elevando al cuadrado y utilizando el método de los coeficientes indeterminados, los polinomios pueden ser: $x^2 + 3x - 1$ o $-x^2 - 3x + 1$.

3) Transformando el $\log_4 125 = C$, tenemos:

$$\log_4 125 = C \Rightarrow \log_4 5^3 = C \Rightarrow 3\log_4 5 = C \Rightarrow \log_4 5 = \frac{C}{3}$$

por último $\log_2 5 = \frac{2}{3}C$ *Por otra parte, transformando*

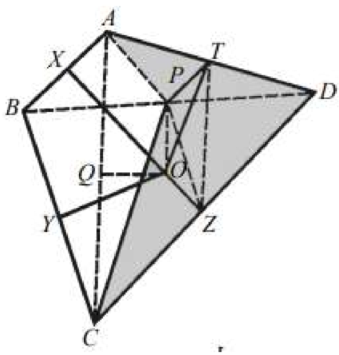
$$\log_{10} 64 = \log_{10} 2^6 = 6\log_{10} 2 = \frac{6}{\log_2 10} = \frac{6}{\log_2 2 + \log_2 5} = \frac{6}{1+\frac{2C}{3}} = \frac{18}{3+2C}$$

4) Como $f(x)=3+\frac{x+4}{x^2-2} \in Z, \textit{pero}\, x+4 \geq x^2-2 \;\; \textit{para} -2 \leq x \leq 3$

Por tanto, los valores de x que satisfacen las condiciones pedidas son:

-2,-1,0,1,2,3.

5) Bastará probar que el área de cada cuadrilátero es la cuarta parte del área total. La quebrada APC divide al cuadrilátero en dos partes de igual área, pues AP es la mediana de ABD y PC lo es de CBD (siguiente figura). La quebrada TPZ divide al cuadrilátero APCD (sombreado) en dos partes de igual área pues PT es mediana de APD y PZ es mediana de CPD. Tenemos ya probado que el área del cuadrilátero TPZD es la cuarta parte del área del cuadrilátero inicial. Finalmente, TZ es paralela a OP por serlo ambas a AC; luego los triángulos TPZ y TOZ tienen la misma área y lo mismo les ocurre a los cuadriláteros TPZD y TOZD. Del mismo modo se probaría para los otros tres cuadriláteros (López Anguita, 2014).



6) Los triángulos ABE y DCE son iguales por lo que $\angle AEB = \angle DEC$. Análogamente los triángulos ADF y BCF son semejantes y $\angle DAF = \angle FBC$. Entonces, tenemos que $\angle EGB = 180° - \angle BEG - \angle GBE = \angle DEC - \angle FBC = \angle AEB - \angle DAF = 90° - \angle BAE - \angle DAF = 20°$.

7) ABCD es un rectángulo (figura a continuación) con AB = 2AD; AD y BC son diámetros de los semicírculos AED y BFC. Si AD = 6 dm. ¿Cuántos cuadraditos unidad se necesitarán en el área de ABFCDE?

Los semicírculos AED y BFC tienen igual área, luego el área de ABFCDE es igual al área del rectángulo ABCD, como AB = 2AD ⇒ AB = 12 dm y

AABFCDE = $12 \cdot 6 = 72$ dm^2

Conclusión

La matemática básica constituye un pilar fundamental para el éxito en la educación superior. Sus aplicaciones trascienden las disciplinas científicas, siendo esencial en cualquier ámbito que requiera análisis y resolución de problemas. Más allá de los cálculos numéricos, el estudio de las matemáticas desarrolla habilidades cognitivas como la abstracción, el razonamiento lógico y la capacidad de modelar situaciones reales. Es importante destacar que la práctica constante y la resolución de ejercicios son claves para consolidar los conocimientos adquiridos. Además, la adaptación de las metodologías de enseñanza a los diferentes estilos de aprendizaje garantiza una mejor comprensión y asimilación de los contenidos.

En cuanto a los temas específicos, el dominio de la aritmética, álgebra, geometría, trigonometría y funciones es esencial para abordar cursos más avanzados. Cada uno de estos temas aporta herramientas y conceptos fundamentales que se complementan entre sí. Por ejemplo, el álgebra permite manipular expresiones simbólicas y resolver ecuaciones, mientras que la geometría proporciona una comprensión espacial y las funciones permiten modelar relaciones entre variables. Desde una perspectiva pedagógica, es fundamental generar interés en los estudiantes y mostrarles la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. El uso de tecnologías, la resolución de problemas contextualizados y el trabajo colaborativo son estrategias que pueden enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. Asimismo, la evaluación continua permite identificar las dificultades de los estudiantes y ajustar las estrategias de enseñanza en consecuencia.

Bibliografía

Carranza Carpio, G., Arteaga Valdés, E., & Muñoz del Sol, L. R. (2016). Entrenamiento para concursos de matemática. Modelos de resolución de problemas más utilizados. Revista Conrado, 12(55), 99–108.

Castillo Durand, R. (2021). Diagramas de Venn Ejemplos y Explicación. https://rbjlabs.com/probabilidad-y-estadistica/diagramas-de-venn-explicacion/

Cotrina, J., & Zúñiga, J. (2021). Ejercicios de matemáticas básicas.

EcuRed. (2024). Dominios numéricos. https://www.ecured.cu/Dominios_numéricos

Lehmann, C. H. (1993). Geometría Analítica (1 Edición). limusa/noriega editores.

López Anguita, R. (2014). Problemas sobre cuadriláteros. Universidad de Granada. http://www.ugr.es/~anillos/textos/pdf/2014/Geometria4.pdf

Mora, I. G., Davila, M. Y. M., & Alarcón, D. A. (2018). Matemática Preuniversitaria: Caso: Núcleo Universitario Alberto Adriani. Revista Scientific, 3(7), 193–210.

Ortíz, A. E. A., Román, B. H. L., Mayén, F. D. M. S., & Aristondo, J. R. P. (2023). Matemática 101: fortaleciendo las competencias en matemática preuniversitaria por medio de aprendizaje adaptativo. Revista Mexicana de Bachillerato a Distancia, 15(29).

Rodríguez, A. R., Mora, A. L. C., & García, J. G. (2019). Enseñanza de la Matemática básica en la educación general básica de Ecuador (Original). Roca: Revista Científico-Educaciones de La Provincia de Granma, 15(2), 217–230.

Rodríguez, E. (2005). Geometría del espacio.

Sánchez Quispe, H., Estrada Brito, N., Salazar Alvarez, E., & Uvidia Armijo, L. (2023). Enseñanza de la matemática en la Educación Superior. inBlue Editorial. https://doi.org/10.56168/ibl.ed.167897

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2001). Precálculo (Tercera Ed). Thomson Learning.

Sullivan, M. (1997). Precálculo (Cuarta Edi). Pearson Educación.

MATEMÁTICA BÁSICA PRELIMINAR
para el ingreso en la ENSEÑANZA SUPERIOR

Publicado en Ecuador
Enero2024

Edición realizada desde el mes de octubre del 2023 hasta enero del año 2024, en los talleres Editoriales de MAWIL publicaciones impresas y digitales de la ciudad de Quito.

Quito – Ecuador

Tiraje 30, Ejemplares, A5, 4 colores; Offset MBO
Tipografía: Helvetica LT Std; Bebas Neue; Times New Roman.
Portada: Collage de figuras representadas y citadas en el libro.